

Relativistická dynamika

1. Jaké napětí urychlí elektron na rychlost světla podle klasické fyziky ? Jakou rychlost získá při tomto napětí elektron ve skutečnosti ?
[256 kV, $2,236 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$]
2. Vypočtete poloměr trajektorie elektronu s kinetickou energií 10 MeV, který se pohybuje v homogenním magnetickém poli kolmo na homogenní magnetické pole o indukci $B = 2,2 \text{ T}$ užitím a) klasických, b) relativistických vztahů. Vypočtete periodu T kruhového pohybu. Je výsledek nezávislý na rychlosti elektronu ?
[klasicky: $r = 4,8 \text{ mm}$, $T = 1,61 \cdot 10^{-11} \text{ s}$, relativisticky: $r = 15,9 \text{ mm}$, $T = 3,33 \cdot 10^{-10} \text{ s}$]
3. Kvazary jsou považovány za jádra aktivních galaxií v raných stádiích jejich vývoje. Typický kvazar vyzařuje energii s výkonem 10^{41} W . Jak rychle se mění hmotnost kvazaru ztrátou této energie ? Jaký násobek hmotnosti Slunce za rok kvazar vyzaří ?
[$dm/dt = 1,11 \cdot 10^{24} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$, 17,6Ms]

De Broglieho vlny, Comptonův jev, fotoelektrický jev

1. Jaká vlnová délka přísluší elektronům, které jsou urychlovány v elektrickém poli s napětím 10^4 V ? (bez relativistických korekcí)
[$1,23 \cdot 10^{-11} \text{ m}$]
2. Elektron je urychlen v homogenním elektrickém poli při rozdílu potenciálu $U = 10^5 \text{ V}$. Jaká vlnová délka mu přísluší, zohledníme-li relativistické vztahy ?
[$3,7 \cdot 10^{-12} \text{ m}$]
3. Jaká je vlnová délka de Broglieho vln, příslušejících elektronu s kinetickou energií 10^6 MeV ? (bez relativistických korekcí)
[$1,22 \cdot 10^{-12} \text{ m}$]
4. Kolik fotonů za minutu emituje žárovka s výkonem 60 W, jestliže předpokládáme, že vysílá monochromatické žluté světlo vlnové délky $\lambda = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}$?
[$1,8 \cdot 10^{20} \text{ s}^{-1}$]
5. Neutrony v tepelné rovnováze s látkou mají střední kinetickou energii $3/2kT$, kde k je Boltzmannova konstanta a T je teplota okolí (300 K). a) Jaká je střední kinetická energie těchto neutronů ? Jaká je odpovídající de Broglieho vlnová délka ?
[$E_k = 38,8 \text{ meV}$, $\lambda = 0,145 \text{ nm}$]
6. Existenci atomového jádra objevil v roce 1911 Ernest Rutherford, který správně interpretoval pokusy, při kterých se α -částice rozptylovaly na kovových fóliích. a) Používané α -částice měly energii 7,5 MeV; jaká je jejich de Broglieho vlnová délka ? b) Měl být vlnový charakter dopadajících α -částic použit při interpretaci těchto pokusů ? Hmotnost α -částic je 4,00u a nejkratší vzdálenost částic od jádra v těchto pokusech byla kolem 30 fm.
[$\lambda = 5,24 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, ne]
7. Foton RTG záření, kterému přísluší vlnová délka $\lambda = 10^{-10} \text{ m}$, dopadne na slabě vázaný elektron atomu lehkého prvku a odchýlí se od svého původního směru o úhel $\vartheta = 90^\circ$. Vypočtete, jakou energii získal elektron při této srážce a v jakém směru se bude po srážce pohybovat.
[$E_e = 300 \text{ eV}$, $\alpha = 45^\circ 41'$]

8. Fotony RTG paprsků se rozptylují na volných elektronech. Paprsky rozptýlené pod úhlem 45° mají vlnovou délku $2,2 \cdot 10^{-3}$ nm. Jaká je vlnová délka dopadajícího RTG záření ?
[$1,5 \cdot 10^{-12}$ m]
9. Elektron, který se pohybuje rychlostí řádově 10^6 m.s⁻¹, dopadne na fosforeskující stínítko a vyvolá v něm záblesk. Polohu záblesku je možné určit s nepřesností 10^{-4} m. Jaká nepřesnost vyplývá z principu neurčitosti pro určení rychlosti elektronu ?
[1 m.s⁻¹]
10. Uvažujme elektron, který je součástí elektronového obalu atomu. Protože rozměry samotného atomu jsou řádově 10^{-10} m, může být nepřesnost v určení polohy elektronu v atomu v krajním případě $\Delta x = 10^{-10}$ m. Najděte nepřesnost v určení rychlosti elektronu. Diskutujte a interpretujte výsledek.
[10^6 m.s⁻¹]
11. Jaká je rychlost fotoelektronů vylétajících z povrchu stříbra osvětleného monochromatickým světlem o vlnové délce $\lambda = 1,5 \cdot 10^{-7}$ m, jestliže vlnová délka světla, při které se ve stříbře začíná projevovat fotoelektrický jev, je $\lambda_0 = 2,6 \cdot 10^{-10}$ m ?
[$1,109 \cdot 10^6$ m.s⁻¹]

Bohrův model atomu vodíku

1. Vypočtete poloměr první dráhy elektronu obíhajícího kolem jádra v Bohrově modelu atomu vodíku. Vypočtete též rychlost elektronu na této dráze.
[$a_1 = 0,53 \cdot 10^{-10}$ m, $v_1 = 2,188 \cdot 10^6$ m.s⁻¹]
2. Jakou silou se navzájem přitahují jádro a elektron na první dráze Bohrova modelu atomu vodíku? Kolikrát je tato síla větší než gravitační síla, kterou navzájem na sebe působí jádro a elektron?
[$F_e = 8,21 \cdot 10^{-8}$ N, $F_e/F_g = 2,26 \cdot 10^{43}$]
3. Vypočtete celkovou energii elektronu na druhé kvantové dráze v Bohrově modelu atomu vodíku.
[$E = -3,4$ eV]
4. Jaká je perioda obíhání elektronu na třetí kvantové dráze v Bohrově modelu atomu vodíku?
[$4,1 \cdot 10^{-15}$ s]
5. Jaká je vlnová délka světla, která odpovídá přechodům elektronů ze šesté kvantové dráhy na druhou v Bohrově modelu atomu vodíku? Jaká vlnová délka přísluší hraně Balmerovy série?
[$\lambda = 0,410 \cdot 10^{-6}$ m, $\lambda_\infty = 0,364 \cdot 10^{-6}$ m]
6. Jaký je dráhový magnetický moment elektronu vodíkového atomu v základním stavu podle Bohrovy teorie?
[$M = 1,165 \cdot 10^{-29}$ V.m.s]
7. Vypočtete magnetickou indukci pole, které vytváří elektron obíhající v Bohrově modelu atomu vodíku na první dovolené dráze ve středu této dráhy.
[12,5 T]
8. Jaký je poměr magnetického momentu elektronu na n-té Bohrově dráze vodíkového atomu a momentu hybnosti elektronu na téže dráze?
[$\frac{M}{L} = \frac{\mu_B}{\hbar}$]
9. Vypočtete vztahy pro frekvence spektrálních čar vodíkového spektra, které vznikají při Zeemanově jevu v magnetickém poli s intenzitou H.

$$\left[v_0 - \frac{\mu_B H}{h}, v_0, v_0 + \frac{\mu_B H}{h} \right]$$

10. Na základě Pauliho principu ukažte, jaký je nejvyšší možný počet elektronů v n-té kvantové dráze.

[n²]

Rentgenové záření a zařazení prvků

- Ukažte, že prahová vlnová délka (v pm) spojitého rentgenového záření je pro libovolný terč číselně dána výrazem $\lambda_{\min} = 1240/U$, kde U je napětí (v kV), kterým jsou elektrony před dopadem na terč urychlovány.
- Kobaltový terč bombardovaný elektrony vyzařuje rentgenové záření, jehož charakteristické spektrum měříme. Lze v něm rozeznat ještě jedno slabší spektrum, pocházející od nečistoty. Odpovídající vlnové délky jsou 178,9 pm (kobalt) a 143,5 pm (nečistota). O jakou nečistotu se jedná ?

[zinek]

Magnetická rezonance

- Excitovaný sodíkový atom vyzařuje dvě blízké spektrální čáry (sodíkový dublet) o vlnových délkách 588,995 nm a 589,592 nm. (a) Jaký je rozdíl energií mezi těmito dvěma horními energiovými hladinami? (b) Tento energiový rozdíl je způsoben tím, že spin elektronu může být orientován souhlasně nebo nesouhlasně s vnitřním magnetickým polem daným orbitálním (magnetickým) momentem elektronu. Najděte velikost tohoto vnitřního magnetického pole.

[$\Delta E = 0.00213$ eV, $B_v = 18.4$ T]

Vlastnosti atomových jader

- Nuklidy si můžeme představit jako jadernou hmotu tvořenou směsí neutronů a protonů. Jaká je její hustota ?

[$2 \cdot 10^{17}$ kg.m⁻³]

- Neutronová hvězda je hvězda, jejíž hustota je přibližně stejná jako hustota jaderné hmoty (viz příklad 1). Předpokládejme, že by došlo ke zhroucení Slunce, při kterém by se stalo neutronovou hvězdou, a přitom by si zachovalo svou nynější hmotnost. Jaký by byl jeho poloměr ?

[13 342,6 m]

- a) Kolik energie je třeba k oddělení všech nukleonů, které tvoří typické středně hmotné jádro ¹²⁰Sn.

[1 021 MeV]

- Jaká je hodnota vazební energie na 1 nukleon v tomto nuklidu?

[8,51 MeV]

Přeměnový zákon, radioaktivní rozpad α , β

- Vzorek KCl o hmotnosti 2,71 g je radioaktivní a rozpadá se s konstantní aktivitou 4490 Bq. Ukazuje se, že se rozpadá draslík, přesněji jeho izotop ⁴⁰K, který tvoří 1,17% normálního složení draslíku. Vypočtete poločas rozpadu draslíku.

[1,25.10⁹ roků]

- Jsou dány hmotnosti atomů: $m(^{238}\text{U}) = 238,05079\text{u}$, $m(^{234}\text{Th}) = 234,04363\text{u}$, $m(^{237}\text{Pa}) = 237,05121\text{u}$. a) Spočítejte energii uvolněnou při α -rozpadu ^{238}U . b) Ukažte, že ^{238}U se nemůže spontánně rozpadnout tak, aby emitoval proton. [4,25 MeV]
- Spočítejte energii Q při β -rozpadu $^{32}\text{P} \rightarrow ^{32}\text{S} + e^- + \nu_e$. Hmotnosti: $m(^{32}\text{P}) = 31,97391\text{u}$, $m(^{32}\text{S}) = 31,97207\text{u}$. [1,71 MeV]

Radioaktivní datování

- Měření vzorku horniny z Měsíce na hmotnostním spektrometru ukázala, že poměr počtu přítomných (stabilních) atomů argonu ^{40}Ar k počtu (radioaktivních) atomů draslíku ^{40}K je 10,3. Předpokládejme, že všechny argonové atomy vznikly rozpadem draslíku s poločasem rozpadu $\tau = 1,25 \cdot 10^9$ let. Jaké je stáří horniny? [4,37 $\cdot 10^9$ let]
- 5 g dřevěného uhlí z dávného ohniště má aktivitu ^{14}C 63 rozpadů za minutu. Živý strom má aktivitu ^{14}C 15,3 rozpadů za minutu z 1 gramu. Poločas rozpadu ^{14}C je 5730 let. Jak starý je vzorek dřevěného uhlí? [1605 let]

Měření radiační dávky

- Dávka γ -záření 3 Gy pohlcená v těle je smrtelná pro polovinu zasažených osob. Jestliže by byla energie obsažená v této dávce pohlcena ve formě tepla, o kolik by se zvýšila teplota těla? [7,2 $\cdot 10^{-4}$ K]
- Pracovník u rychlého reaktoru vážící 85 kg náhodně polkne 2,5 mg prachu ^{239}Pu . ^{239}Pu prochází α -rozpadem s poločasem rozpadu 24 100 let. Energie emitovaných α -částic je 5,2 MeV a RBE faktor je 13. Předpokládejme, že plutonium se nachází v pracovníkově těle po 12 h a že 95 % emitovaných α -částic je v těle pohlceno. Vypočítejte a) počet polknutých atomů plutonia, b) počet atomů, které se rozpadnou během 12 h, c) energii pohlcenou v těle, d) výslednou pohlcenou dávku (v Gy), e) ekvivalentní dávku (v Sv)
- Osoba vážící 75 kg je ozářena po celém těle radiační dávkou $2,4 \cdot 10^{-4}$ Gy způsobenou α částicemi, jejichž RBE faktor je 12. Spočítejte pohlcenou energii v joulech a ekvivalentní dávku v jednotkách sievert [18 mJ, 2,88 mSv]

Jaderné štěpení

- a) Kolik atomů je obsaženo v 1 kg čistého ^{235}U ? b) Kolik energie se uvolní při dokonalém štěpení 1 kg ^{235}U ? c) Jak dlouho by tato energie umožnila svítit 100 W žárovku? ($Q = 200$ MeV) [N = 2,563 $\cdot 10^{24}$, E = 8,21 $\cdot 10^{13}$ J, t = 26035 let]
- Spočítejte energii uvolněnou při štěpné reakci

$$^{235}\text{U} + n \rightarrow ^{141}\text{Cs} + ^{93}\text{Rb} + 2n,$$
jestliže $m(^{235}\text{U}) = 235,04392\text{u}$, $m(^{141}\text{Cs}) = 140,91963\text{u}$, $m(^{93}\text{Rb}) = 92,92157\text{u}$, $m(n) = 1,00867\text{u}$. [180,8 MeV]
- Předpokládejte, že těsně po štěpení ^{236}U podle rovnice

$$^{235}\text{U} + n \rightarrow ^{236}\text{U} \rightarrow ^{140}\text{Xe} + ^{94}\text{Sr} + 2n$$
se vzniklá jádra ^{140}Xe a ^{94}Sr svými povrchy právě dotýkají. Za předpokladu, že jádra jsou kulová, spočítejte potenciální energii (v MeV), kterou se oba fragmenty odpuzují. Porovnejte tuto energii s energií uvolněnou při typickém štěpení. [253 MeV]
- Tepelná energie vytvořená při pohlcování záření radionuklidů pevnou látkou může sloužit jako základ malého zdroje energie pro umělé družice, meteorologické stanice v odlehlých místech a podobně. Takové radionuklidy se vytvářejí v jaderných reaktorech

ve velkém množství a můžeme je chemicky oddělit od ostatního vyhořelého paliva. Jedním z vhodných radionuklidů je ^{238}Pu ($\tau = 87,7$ let), který emituje α -částice s energií $Q = 5,5$ MeV. Jaký výkon poskytuje 1 kg tohoto materiálu?

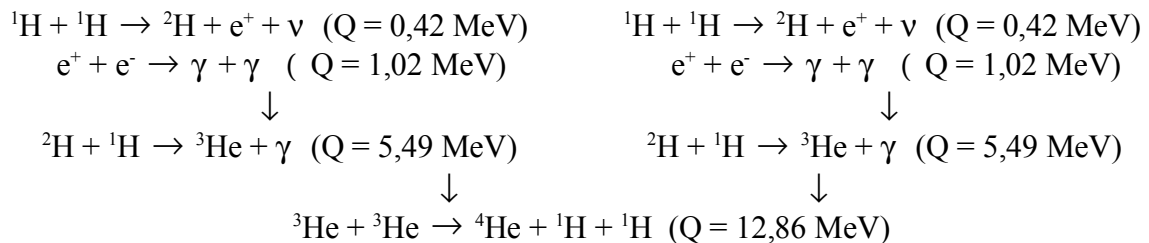
[559 W]

5. Podíl ^{235}U a ^{238}U v přírodních nalezištích je dnes 0,0072. Jaký byl tento podíl před 2.10^9 let, jestliže $\tau(^{235}\text{U}) = 7,04.10^8$ let a $\tau(^{238}\text{U}) = 44,7.10^8$ let? Ukažte, že v době, kdy se Země utvářela (před 4,5 miliardami let) byl tento podíl 30 %. [3,8 %]

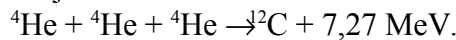
Termojaderná fúze

- Považujme proton za kouli o poloměru $R \approx 1$ fm. Dva protony jsou proti sobě vystřeleny se stejnou kinetickou energií E_k . a) Jakou hodnotu musí mít E_k , aby se částice vlivem odpuzování coulombovskou silou zastavily právě v okamžiku, kdy se vzájemně „dotknou“? Tuto hodnotu E_k můžeme považovat za vhodnou míru výšky Coulombovy potenciálové bariéry. b) Při jaké teplotě bude mít proton v protonovém plynu střední kinetickou energii rovnou hodnotě spočtené v a), tedy bude mít energii rovnou výšce Coulombovy bariéry? [360 keV, 3.10^9 K]
- Spočtete výšku Coulombovy bariéry pro čelní srážku dvou deuteronů. Za efektivní poloměr deuteronu vezměte hodnotu 2,1 fm. [343,3 keV]
- a) Jak rychlá je spotřeba vodíku v nitru Slunce při p-p řetězci, je-li zářivý výkon Slunce $3,9.10^{26}$ W? b) Jakou část své původní hmotnosti ztratilo touto cestou Slunce za dobu, kdy v něm před asi $4,5.10^9$ lety začalo spalování vodíku? [6,2.10¹¹ kg.s⁻¹, 4,4 %]

p-p řetězec:



4. Hvězda přemění veškerý svůj vodík na helium a je tvořena ze 100 % z helia. Potom začne přeměna helia na uhlík jako fúze tří α -částic



Hmotnost hvězdy je $4,6.10^{32}$ kg a energie se vytváří s výkonem $4,6.10^{30}$ W. Za jak dlouho se přemění všechno helium na uhlík? [1,59.10⁸ let]

Ionizační ztráta energie

- Určete poměr ionizačních ztrát energie protonů a α -částic s kinetickou energií a) 1 MeV, b) 1 GeV. [a) i b) 1/4]
- Určete poměr ionizačních ztrát energie protonů s energií 10 MeV v uhlíku $^{12}_6\text{C}$ a olovu $^{209}_{82}\text{Pb}$. [$\approx 1/2$]
- Stanovte ionizační ztrátu energie protonů v hliníku, jestliže je jejich kinetická energie a) 1 MeV, b) 10 MeV, c) 100 MeV, d) 1 GeV. V případech c) a d) zohledněte relativistické korekce. [a) 470,5 MeV.cm⁻¹]

4. Určete ionizační ztrátu energie elektronů s energií 1 MeV v hliníku ${}_{13}^{27}\text{Al}$.
[925,337 MeV.cm⁻¹]

Elementární částice

1. Pion v klidu se rozpadá podle rovnice

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu.$$

Jaká bude kinetická energie antimionu a neutrina, jestliže klidové energie $E_0(\pi^+) = 139,6$ MeV a $E_0(\mu^+) = 105,7$ MeV ?

$$[E_{k,\mu} = 4,12 \text{ MeV}, E_{k,\nu} = 29,8 \text{ MeV}]$$

2. Částice se symbolem Ξ^- se rozpadá podle vztahu

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-.$$

Obě částice, tj. Λ^0 a π^- jsou nestabilní a dochází ke kaskádě rozpadových reakcí:

$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-,$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu,$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e.$$

- a) Zapište výraz pro konečný stav rozpadu částice Ξ^- .
 b) Je částice Ξ^- mezon nebo baryon ?
 c) Jsou v celkovém vztahu zachována leptonová čísla ?
 d) Co můžete říci o spinu částice Ξ^- ?
3. Částice Ξ^- má spinové kvantové číslo 1/2 a kvantová čísla $Q = -1$ (náboj) a $S = -2$ (podivnost). Víme, že je vytvořena kombinací tří kvarků u (up - horní), d (down - dolní) a s (strange - podivný). Jaká musí být tato kombinace ?
[dss]

Rozpínání vesmíru - Hubblův zákon

1. Jak daleko je kvazar, jehož zdánlivá rychlost vzdalování je $2,8 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$?
[1,14.10¹⁰ ly]
2. Předpokládejme, že se kvazar uvažovaný v úloze 1 od nás vzdaloval stejnou rychlostí po celou dobu od Velkého třesku. O jak dlouhou dobu jde ? Jinak řečeno, jakou minimální hodnotu stáří vesmíru dostáváme na základě této rychlosti ?
[1,22.10¹⁰ let]