OPTIKA – ÚVOD
("BUDIŽ SVĚTLO")

Optika je věda, která studuje původ a zákonitosti světelných jevů, děje vzájemného působení světla a látky a zabývá se i detekcí světla.

Pod pojmem ***světlo*** rozumíme viditelnou oblast spektra elektromagnetického záření přibližně v rozsahu 380 – 780 nm.
Do oboru optiky spadá i blízká IR a UV oblast.

Většina informací o vnějším světě, které zpracovává náš mozek je zprostředkována ***viděním***.
(Příklad pro srovnání poznání dalšími smysly: letmým pohledem při vstupu do místnosti rozlišíme: kolik osob je v místnosti, jak jsou rozmístěny, kolik je žen a kolik mužů, kdo je malý, vysoký, tlustý tenký, kdo se o koho zajímá, je unavený veselý či smutný).

- ***Všeobecný pohled*** – optika je spojována s brýlemi a kontaktními čočkami (společně s fotoaparáty, dalekohledy, mikroskopy a endoskopy však tvoří jen malou část optiky).
- ***Širší pohled*** – optická vlákna se podílejí na přenosu signálu a informací (telefon, počítačová síť), optika rentgenových paprsků, lasery ve skenerech kódů zboží, v CD přehrávačích, laserových tiskárnách apod.

"***Optika denního života***" – duha, modrá obloha, červený západ slunce, fata morgána, barvy na mýdlové bublině nebo olejové skvrně na vodě, třpyt hvězd atd. – jevy spojené většinou s našima očima.

Rozvoj laserů (v posledních 4 desetiletích) – aplikace v průmyslu a vědeckých disciplínách.
- *Aplikace průmyslové* – od svařování kovů po "stříhání" látek v oděvním průmyslu, výroba mikročipů, pamětí PC, detekce mikročástic, měření rychlosti větru, lékařské aplikace laserů atd.
- *Aplikace ve vědě* – laserové systémy ve spektroskopii, přesné standardy měření, aplikace v řadě vědních oborů.

ČLENĚNÍ OPTIKY

- ***Geometrická optika*** (paprsková) – světlo jako vlna s velmi krátkou vlnovou délkou (normála k vlnoploše).
- ***Fyzikální optika*** (vlnová) – světlo jako příčné vlnění.
- ***Kvantová optika*** (fotonová) – světlo jako příčné vlnění s diskrétní energií.

Poznámka:
- Kvantová optika zahrnuje fyzikální optiku a geometrickou optiku,
- fyzikální optika zahrnuje geometrickou optiku,
- kvantová optika se dá použít k popisu geometrické optiky atd.

$\Rightarrow$ vhodný a srozumitelný přístup k popisu daných optických dějů.

Cíl kursu – pochopení základních rozdílů mezi jednotlivými pohledy na optiku a
– pochopení základních optických principů a dějů.

STRUČNÝ PRŮVODCE HISTORIÍ OPTIKY

Boj o povahu světla (částice nebo vlna?)

- ***Isaac Newton*** (17. století)
- ve své práci "Optika" popisuje světlo jako ***částice*** – korpuskulární (emanační) teorie (proud částeček, působících mechanickými silami na okolní předměty),
- popsal však rovněž "Newtonovy kroužky", které vycházely z vlnové povahy světla.

- ***Christian Huygens*** (současník Newtona)
- v "Pojednání o světle" – popisuje světlo jako vlny přenášené v éteru,
- vysvětlil na základě *vlnové teorie světla* tehdy známé optické jevy,
- "Huygensův princip".

- ***Thomas Young*** (18. století, 100 let po práci Newtona "Optika")
- předvedl experiment s ***dvouštěrbinovou interferencí světla,*** prokazující ***vlnový původ světla***,
- popsal podobné chování jako mají vlny na vodě a zvukové vlny.

Úspěchy podporující vlnovou teorii do 20. století.

- ***Augustin Jean Fresnel*** (1821)
- Užil Huygensův princip pro popis Youngova pokusu (syntéza dvou teorií),
- zavedl ***příčné vlnění a polarizaci světla***. Vysvětlil optický dvojlom na kalcitu,
- odvodil tzv."Fresnelovy vztahy" pro odraz, polarizaci a propuštěné světlo.

- ***Josef Fraunhofer*** (1823)
- studoval ***ohyb a interferenci světla***.

- ***James Clerk Maxwell*** (1865)
- popsal světlo "Maxwellovými rovnicemi" odvozenými v elektřině a magnetismu (měnící se pole elektrické vyvolává pole magnetické a naopak, kmitavý obvod vysílá elektromagnetické vlny, které se šíří rychlostí světla),
- předpověděl rychlost světla ve shodě se známým měřením.

- ***Albert Abraham Michelson and Edward Morley***
- měření rychlosti světla,
- vyloučil existenci "éteru".

- ***Albert Einstein*** (1905)
- speciální teorie realitivity,
- vyloučil existenci "éteru".

Přelom století přinesl spory mezi vlnovou a částicovou povahou zavedením "fotonu"

- ***Max Planck*** (1900)
- energie světelného kvanta – ***diskrétní foton*** ($E = hf$),
- popsal vyzařování "černého tělesa".

- ***Albert Einstein*** (1905)

- popsal a vysvětlil ***fotoelektrický jev*** na základě fotonů s energií $E = hf$. (Se vzrůstající frekvencí roste energie – z hlediska vlnové povahy světla nepochopitelné)

Postoj v současnosti: částicově–vlnový dualismus

- ***Planck, Einstein, de Broglie, Schroedinger, Heisenberg, Born, Dirac, Pauli*** (střed 20. století)
- rozvoj ***kvantové mechaniky*** popisující látku i světlo současně jako vlnění i částice,
- základní závěr:

  světlo se chová jako vlna, která nese kvantované množství energie

Význam optiky ve fyzice:

cca třetina nositelů Nobelových cen získala ocenění za práce v oboru optika.

GEOMETRICKÁ OPTIKA
"SVĚTLO JAKO PAPRSEK"

1. Definice světelného paprsku

Nejjednodušší představa – světlo se šíří ze zdroje podél přímek (paprsky) ⇒ ***Fermatův princip*** (1679): v opticky stejnorodém prostředí se světlo šíří přímočaře, tj. mezi dvěma danými body po nejkratší dráze (v nehomogenním prostředí se šíří od bodu k bodu s různým indexem lomu).

Paprsek světla: je dráha, podél níž je v daném optickém systému přenášená světelná energie od jednoho bodu k druhému.

Poznámka: představa světelných paprsků je velmi užitečná, ale jedná se o pomyslné útvary (jednotlivý paprsek, svazek paprsků) – laserový paprsek jako simulátor.

2. Rychlost světla

Podle Alberta Einsteina (Teorie relativity) je rychlost světla c nejvyšší možná rychlost dosažitelná ve vesmíru.

Světlo tvoří podstatnou část všech elektromagnetických dějů***, c je univerzální přírodní konstantou***, mající základní význam ve všech procesech přenosu energie.

Metody měření: přímé a nepřímé (ve vzduchu i ve vakuu)

- Michelsonova metoda,
- Nepřímo lze rychlost světla například určit na základě elektromagnetické teorie.

Poznámka: ***setrvačná hmotnost*** m ***závisí na rychlosti*** v ***a podle Teorie relativity:***

- pro malé rychlosti je m konstantní,
- pro v blížící se c

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Blíží-li se rychlost hmotných částic (elektronů) rychlosti c, vzrůstá setrvačná hmotnost a pro $v = c$ by se stala nekonečně velikou ⇒ potřeba nekonečně velké energie ($E = mc^2$).

⇒ pro látku je c nedosažitelná.

$$\boldsymbol{c = 299792458\ m/s \cong 3.10^8\ m/s}$$

Metr (podle SI) – délka trajektorie, kterou proběhne světlo ve vakuu za $\frac{1}{299792458}$ sekundy.

3. Index lomu

Světlo v látce se pohybuje pomaleji (plyny, kapaliny, pevné látky) než ve vakuu (dochází k interakci fotonů s atomy a molekulami látky).

<u>Index lomu látky</u> – poměr rychlosti světla c ve vakuu k rychlosti světla v_λ ***určité vlnové délky*** λ ***v jakékoliv látce*** (pokud není dána λ, předpokládá se sodíkové světlo 589,3 nm)

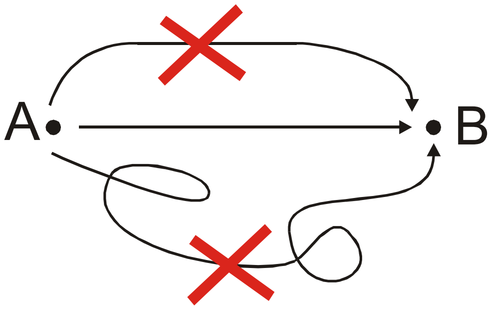
$$n = \frac{c}{v_\lambda}.$$

Tabulka vybraných n

látka	**index lomu n**	**rychlost světla v látce v**
absolutní vakuum	1	$v = c$
vzduch	1,0003	$v = 0{,}9997c$
voda	1,33	$v = 0{,}75c$
sklo	$1{,}4 < n < 1{,}8$	$0{,}56\,c < v < 0{,}71\,c$
diamant	2,4	$v = 0{,}42c$
křemík	3,5	$v = 0{,}29c$

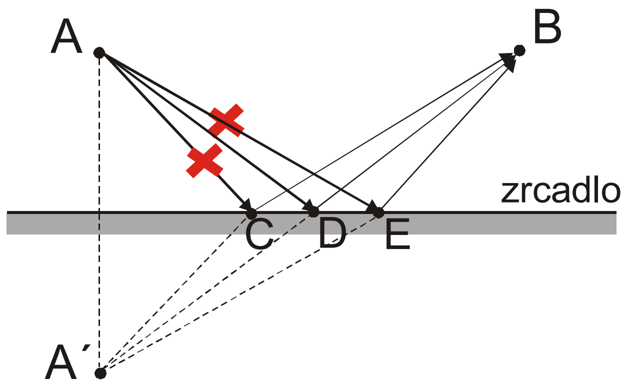
Odraz a lom světla

1. Zákon odrazu



Podle Fermatova principu se světlo šíří po nejkratší dráze

Užitím tohoto předpokladu porovnáme 3 možné dráhy paprsku odrážející se od zrcadlové plochy



Porovnání trojúhelníků:

AD = A´D; AC = A´C; AE = A´E

Navíc, je-li A´DB přímka mezi A´a B, potom musí platit

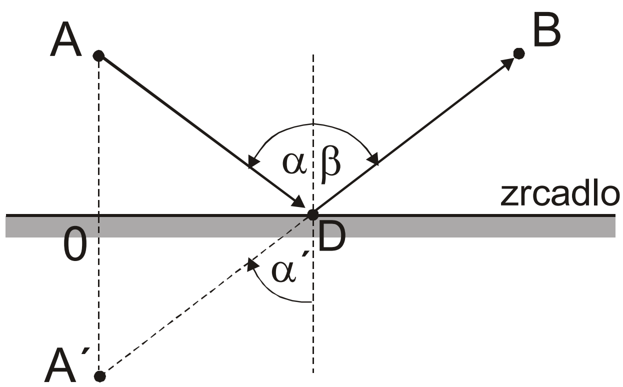
A´DB < A´CB a A´DB < A´EB

a z toho vyplývá, že

ADB < ACB a ADB < AEB.

Jinými slovy nejkratší cesta mezi body A a B při jednom odrazu od zrcadlové plochy, je cesta přes bod D, který je uprostřed bodů A a B.

Značení úhlů



úhel vyznačujeme od normály k paprsku

α – úhel dopadu, β – úhel odrazu

Jsou–li trojúhelníky A0B a A0´B shodné, potom $\alpha = \alpha'$,
jestliže přímka A´B a normála se kříží , potom $\alpha' = \beta$.

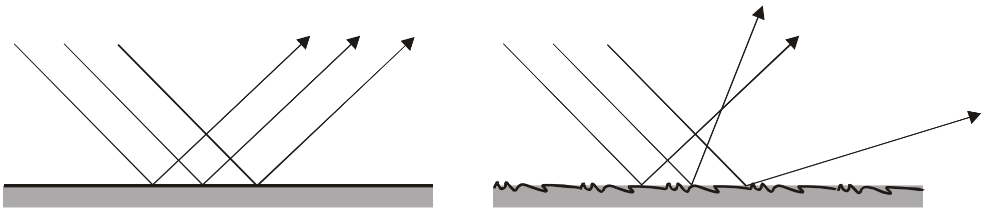
Z těchto poznatků plyne závěr:
Zákon odrazu – Je–li světlo odráženo od povrchu, rovná se úhel odrazu úhlu dopadu.

$$\alpha = \beta$$

2. Odraz od nedokonale odrazného povrchu

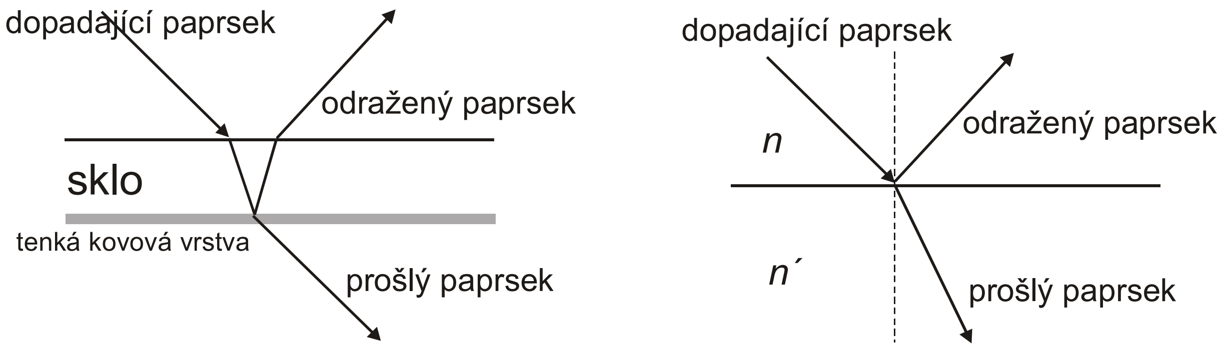
V reálném světě je třeba počítat s tím, že odraz světla od zrcadlových ploch je komplikován dvěma příčinami:

a) zrcadlová plocha není dokonale rovná,
b) ne všechno světlo je odraženo (část je propuštěna a absorbována materiálem zrcadla).



zrcadlový odraz (hladký povrch) ***difúzní odraz*** (drsný povrch)

V praxi se jedná o kombinaci obou typů odrazů.
Silná vrstva kovu – většina světla je odražena, menší část absorbována, nic neprochází.
Tenká kovová vrstvička – (částečně postříbřená odrazná plocha) nanesená na skle určité tloušťky.
Dielektrická odrazná plocha – rovinné rozhraní mezi dvěma prostředími s různými indexem lomu.



a) ***částečně odrazná postříbřená plocha*** b) ***dielektrická vrstva***

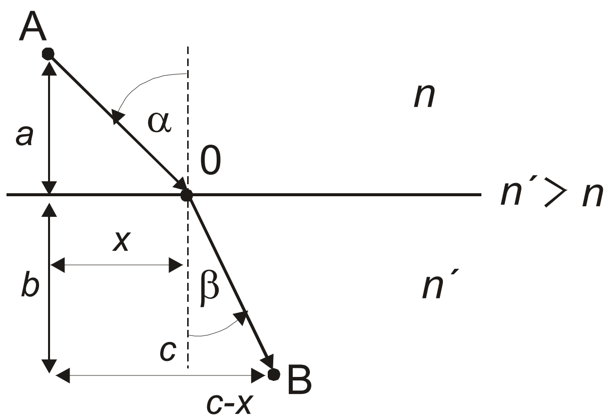
Množství odraženého a propuštěného světla je dáno v případě:

1. tloušťkou kovové vrstvy (použití jako děliče světla, zrcadla ve výslechových místnostech),
2. rozdílem indexů lomu v obou prostředích.

3. Zákon lomu světla (Snellův zákon)

Odvození zákona lomu z Fermatova principu

Uvažujme dvě prostředí s různými indexy lomu n a n', oddělená rozhraním (světlo se v prostředích šíří různou rychlostí v a v').



Čas potřebný k proběhnutí světla z A do B

$$t = \frac{A0}{v} + \frac{B0}{v'}$$

nebo vyjádřeno vzdálenostmi

$$t = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v} + \frac{\sqrt{b^2 + (c-x)^2}}{v'} .$$

Protože t je funkcí polohy bodu 0 x, budeme hledat minimální hodnotu funkce $t(x)$ (derivace $dt/dx = 0$)

$$t(x) = \frac{1}{v}\left(a^2 + x^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{v'}\left(b^2 + (c-x)^2\right)^{\frac{1}{2}} .$$

Tedy

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v}\frac{1}{2}\left(a^2 + x^2\right)^{-\frac{1}{2}}(2x) + \frac{1}{v'}\frac{1}{2}\left(b^2 + (c-x)^2\right)^{-\frac{1}{2}} 2(c-x)(-1)$$

Po úpravě a položení = 0

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{c-x}{v'\sqrt{b^2 + (c-x)^2}} = 0 ,$$

dostaneme výraz, ze kterého vyplyne podmínka pro x odpovídající minimálnímu času t.

$$\frac{x}{v\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{c-x}{v'\sqrt{b^2 + (c-x)^2}} .$$

Vyjádřeno pomocí sinu úhlů dopadu a lomu

$$\sin\alpha = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} ; \sin\beta = \frac{c-x}{\sqrt{b^2 + (c-x)^2}}$$

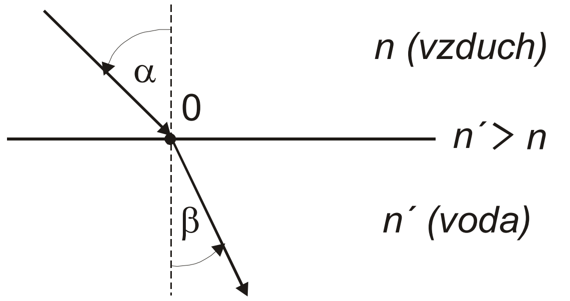
dostaneme

$$\frac{\sin\alpha}{v} = \frac{\sin\beta}{v'} .$$

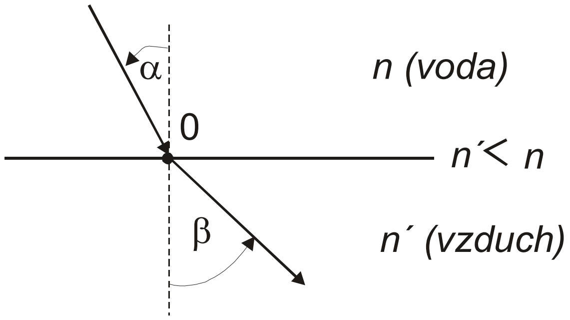
Víme, že $v = \frac{c}{n}; v' = \frac{c}{n'}$

a tvar ***Snellova zákona***

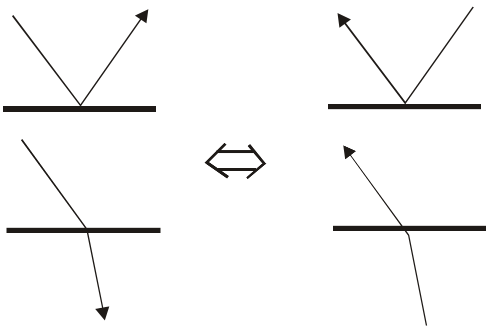
$$n \sin\alpha = n' \sin\beta .$$



lom ke kolmici $\alpha > \beta$

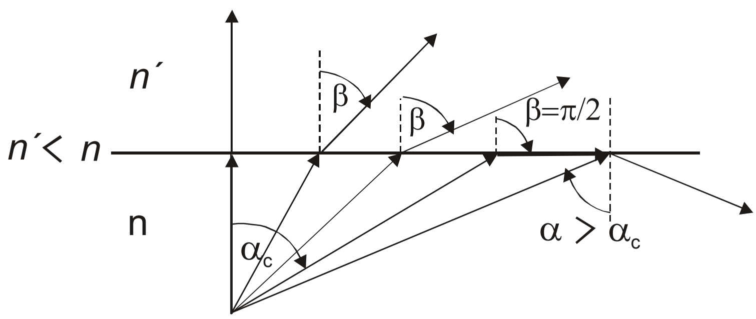


lom od kolmice $\beta > \alpha$



4. Princip reverzibility paprsků
jakýkoliv skutečný paprsek v optické soustavě, pokud změní směr, pohybuje se po stejné dráze

5. Totální odraz paprsků a "kritický úhel"



Podle Snellova zákona lomu $$n \sin \alpha_c = n' \sin\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

Pro ***kritický úhel*** $$\alpha_c = \arcsin\left(\frac{n'}{n}\right).$$

Paprsek, který dopadá na rozhraní pod úhlem větším, než je úhel kritický se totálně odráží (***totální reflex***).

HRANOLY A DISPERZE SVĚTLA

1. Průchod paprsků hranolem

Hranolem nazýváme průhledné prostředí, které je omezeno dvěma rovinami, které nejsou rovnoběžné (kolmý řez hranolem má tvar trojúhelníku).

Lámavá hrana – hrana u vrcholu A,

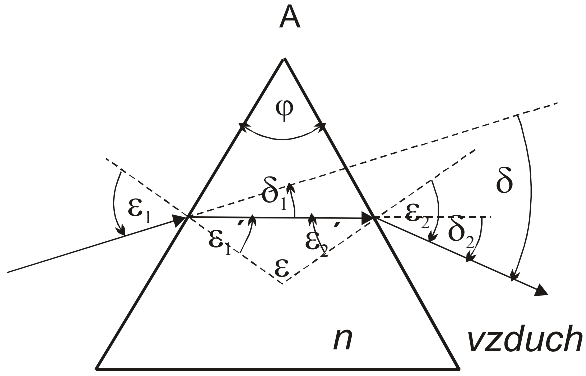
Lámavý úhel φ – úhel lámavých rovin,

Základna hranolu – opticky neúčinná plocha,

n – index lomu hranolu,

ε_1 – úhel dopadu paprsku na lámavou rovinu,

δ – úhel deviace (úhel mezi dopadajícím a vystupujícím paprskem).



Určení lámavého úhlu a minimální deviace

Index lomu n je funkcí δ_{min} a φ $\Rightarrow n(\delta_{\min}, \varphi)$.

Celková deviace

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 .$$

Určení dalších úhlů lomu na rovinách hranolu

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1' + \delta_1 \quad \text{a} \quad \varepsilon_2 - \delta_2 = \varepsilon_2'$$

nebo vyjádřeno jinak

$$\delta_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_1' \quad \text{a} \quad \delta_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_2' .$$

Z toho vyplývá

$$\delta = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - (\varepsilon_1' + \varepsilon_2') .$$

Podmínka pro minimální deviaci podle Snellova zákona lomu

$$\delta = \delta_{\min} \ \text{jestliže} \ \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \ (\varepsilon_1' = \varepsilon_2').$$

Po derivaci funkce $\delta(\varepsilon_1)$ položené = 0 dostaneme

$$\delta_{\min} = 2(\varepsilon_1 - \varepsilon_1') .$$

Za předpokladu, že

$$\varphi = \varepsilon_1' + \varepsilon_2'$$

(z podmínky, že součet úhlů ve čtyřúhelníku φ + ε + 90^0 + 90^0 je 360^0 a v trojúhelníku $\varepsilon_1' + \varepsilon_2' + \varepsilon$ je 180^0).

Při $\delta = \delta_{\min}$ je $\varphi = 2\varepsilon_1'$.

Dosazením do zákona lomu

$$\sin\varepsilon_1 = n\sin\varepsilon_1'$$

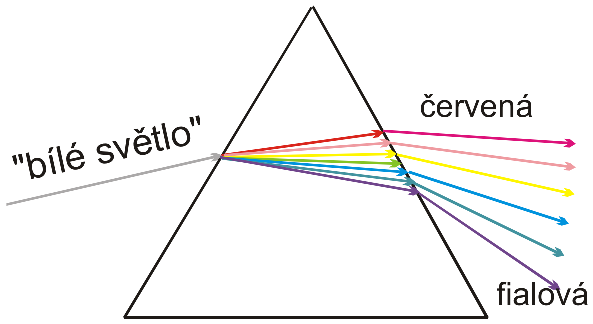
Dostaneme pro n hranolu

$$n(\delta_{\min},\varphi) = \frac{\sin\left[\frac{(\delta_{\min}+\varphi)}{2}\right]}{\sin\frac{\varphi}{2}}.$$

Za podmínky, že φ je malé, platí $\sin\varphi = \varphi$ a pro minimální deviaci platí přibližný vztah

$$\delta_{\min} \cong \varphi((n-1).$$

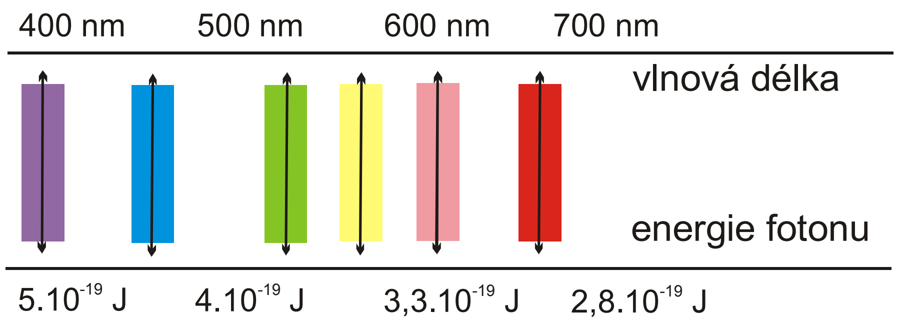
2. Rozklad světla hranolem (disperze světla)



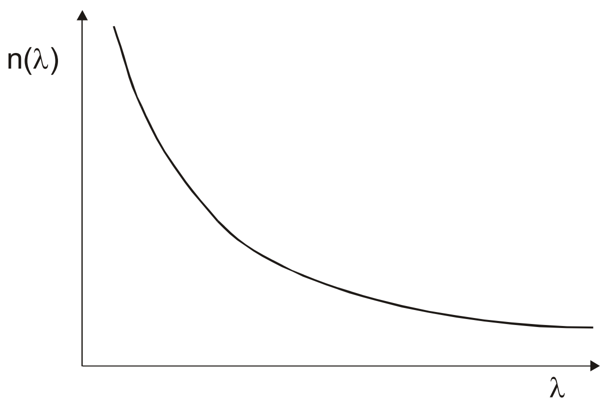
Hranol (rovněž mřížka) se používá ve spektrálních přístrojích jako součást monochromátoru.

Proč mají různé spektrální složky jiný deviační úhel?

Různé barvy odpovídají různým λ světla – fotony mají odlišnou energii $E = hf = h(c/\lambda)$.



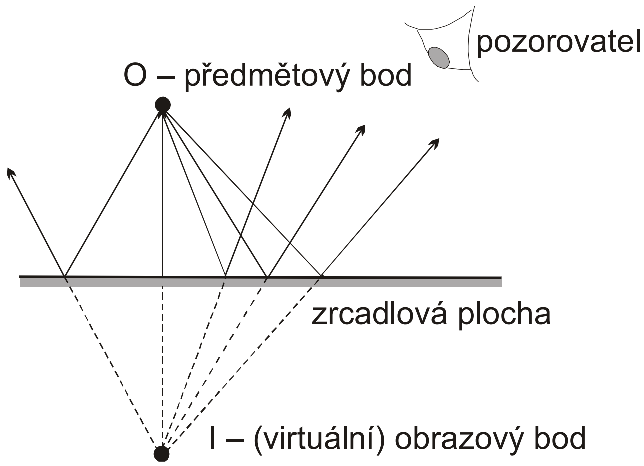
Index lomu n hranolu není konstantní pro všechny vlnové délky.
Materiálová disperze – index lomu materiálu se mění s vlnovou délkou požitého světla (s energií fotonu).
Úhlová disperze hranolu (nebo např. vodních kapek)



OBRAZY FORMOVANÉ PAPRSKY LOMENÝMI NEBO ODRAŽENÝMI NA ROVINNÝCH PLOCHÁCH

1. Odraz na rovinném rozhraní

Bodový zdroj světla volně umístěný v prostoru vyzařuje paprsky do všech směrů (do celého prostoru).

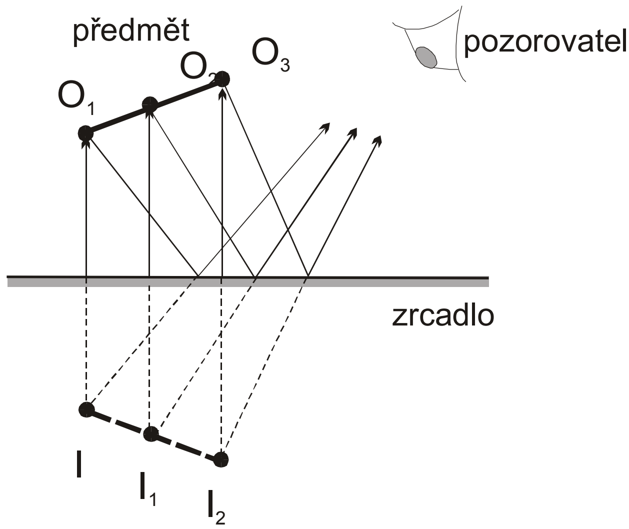


Obrazový bod – bod v prostoru, ve kterém se protínají paprsky pocházející z bodového zdroje.

- ***skutečný obrazový bod*** – světelné paprsky jsou skutečně přítomné v daném bodě (zviditelnění na stínítku)
- ***virtuální obrazový bod*** –v obrazovém bodě se neprotínají skutečné paprsky, ale jejich prodloužení.

Obecná pravidla pro nalezení polohy obrazového bodu (bodů) spojovaných s bodovým zdrojem světla:

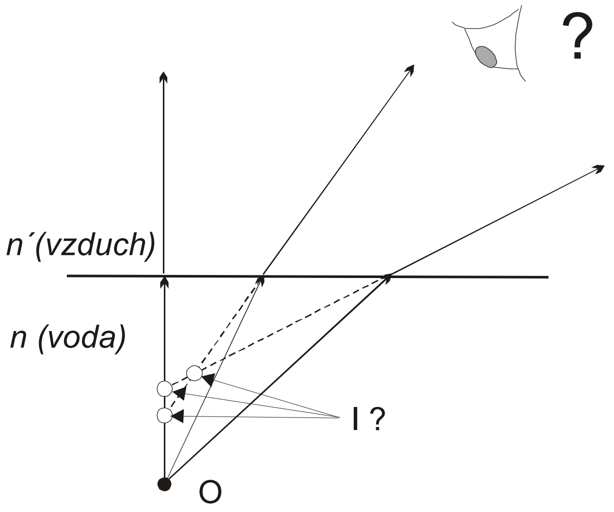
- dráhy paprsků předmětového bodu protínají existující rozhraní,
- vhodné užití zákona lomu a odrazu,
- vyznačení prodloužení skutečných paprsků čerchovanou čarou pro nalezení virtuálního obrazového bodu,



Obraz hmotného objektu – považujeme ho za množinu jednotlivých bodových zdrojů.

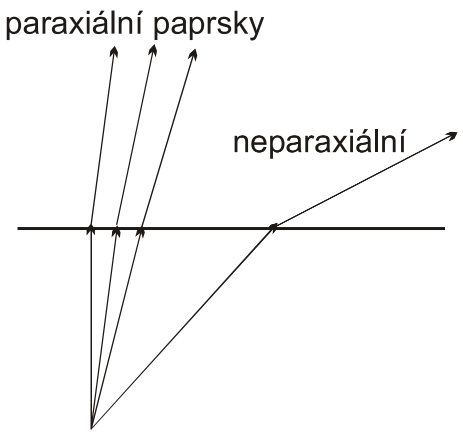
2. Lom na rovinném rozhraní – paraxiální paprsky

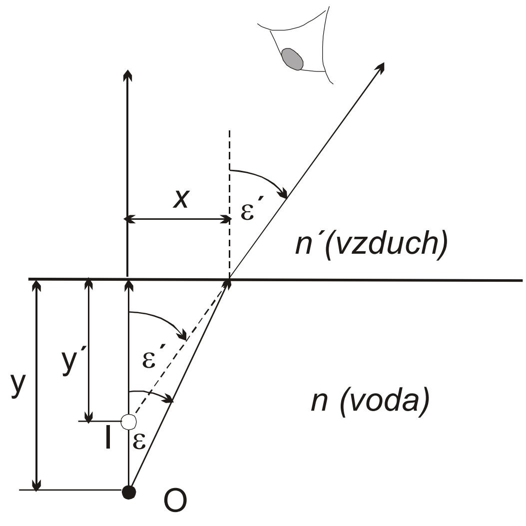
Nalezení obrazu v případě předmětu umístěného v blízkosti lomové plochy.



Po aplikaci základních pravidel pro nalezení obrazu po odrazu na rovinném rozhraní – ***rozpor***
Obrazový bod nalezneme v "jiném místě" než bychom ho hledali ⇒ ***"hůl do vody ponořená jeví se jak zalomená"***.
Důležitý poznatek: **Minimální zkreslení získáme použitím paraxiálních paprsků.**

Paraxiální paprsky – paprsky, které jsou v blízkosti optické osy zobrazující optické soustavy (svírající malé úhly s optickou osou).





Pro nalezení obrazu (bod I) nám v tomto případě stačí dva paprsky, z nichž jeden tvoří normálu k povrchu.

Jelikož $\tan\varepsilon = \dfrac{x}{y}$ a $\tan\varepsilon' = \dfrac{x}{y'}$

a s přibližným zákonem lomu

$$n\alpha = n'\beta \qquad \text{po dosazení} \quad n\frac{x}{y} = n'\frac{x}{y'}$$

dostaneme hloubku, ve které nalezneme obrazový bod pod lámavou rovinou

$$y' \cong \frac{n'}{n} y \,.$$

Pro případ rozhraní vody (n =1,33) a vzduchu (n = 1)

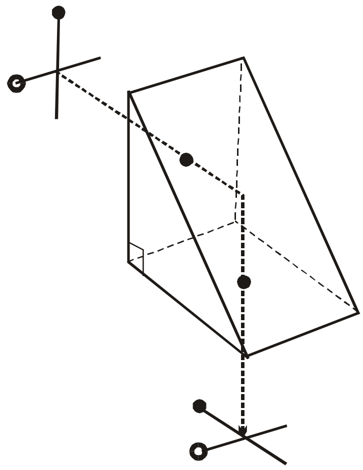
$$y' \cong 3/4\, y.$$

3. Užití hranolů k převrácení obrazu

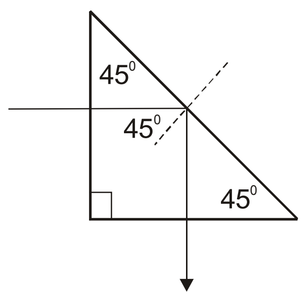
Užitím zákona odrazu a lomu na lámavých plochách hranolů různých tvarů je možné změnit orientaci předmětu podle potřeby dané zobrazovací soustavy.

Některé příklady:

Pravoúhlý hranol – obdoba zrcadla (vytváří však skutečný obraz).



Použijeme-li dostatečně velký index lomu hranolu, získáme obraz totálním odrazem (obdoba zrcadla se 100% odrazivostí).



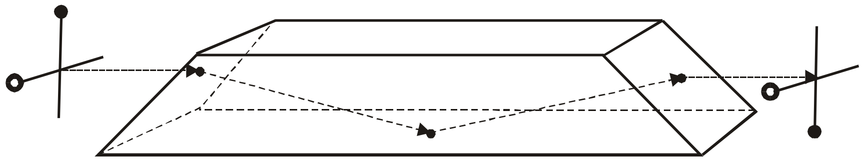
<u>Jak velký musí být *n* hranolu?</u>

Potřebujeme $\alpha = 45^0 \geq \alpha_C$ = kritický úhel,

Z podmínky pro kritický úhel $\alpha_C = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$,

potřebujeme, aby $n \geq \frac{1}{\sin 45^o}$ neboli $n \geq \sqrt{2} = 1{,}414$

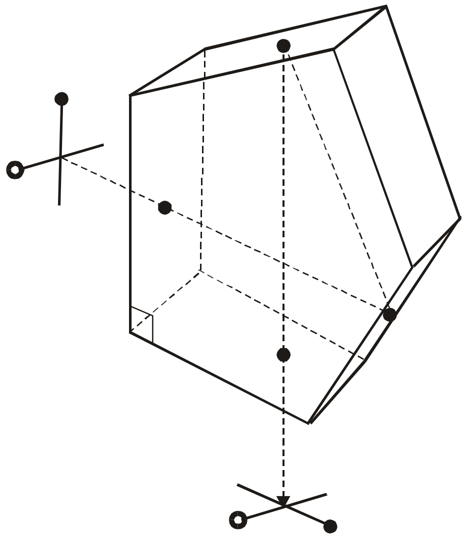
Upravený pravoúhlý hranol
Použití k přetočení obrazu beze změny optické osy



Pentagonální hranol

Podobně jako pravoúhlý hranol otáčí optickou osu o 90^0, ale oproti tomuto hranolu nepřetáčí obraz stranově.

Použití u fotografických přístrojů (jednooká zrcadlovka – tvorba vzpřímeného obrazu ve hledáčku), rozmítačů laserového svazku apod.



OBRAZY VYTVÁŘENÉ ODRAZEM A LOMEM PAPRSKŮ NA ZAKŘIVENÝCH ROZHRANÍCH

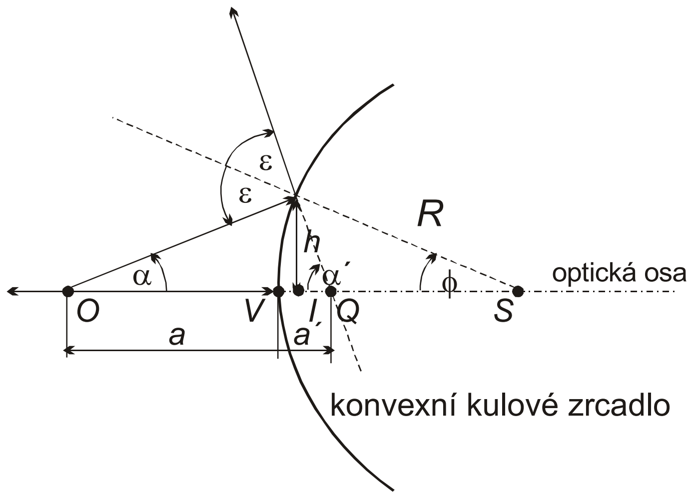
1. Odraz na kulové ploše

Určení obrazu vytvořeného lomem nebo odrazem na zakřivených površích (obecně), je oproti rovinným povrchům mnohem komplikovanější. Obraz může být nejen zvětšen nebo zmenšen, ale zpravidla je vzhledem k původnímu předmětu různě pokroucen (viz. zakřivená zrcadla).

Proto budeme předpokládat pouze ideální sférické (kulové) plochy, které jsou součástí základních prvků optických soustav – čoček a zrcadel.

Uvažujme tvorbu obrazu I předmětového bodu O přes konvexní (vypuklou), odraznou kulovou plochu.
Aplikujme základní pravidla určení obrazového bodu:

1. dvě dráhy paprsků vycházející z předmětového bodu
   - normála ke kulové ploše,
   - paprsek v paraxiálním prostoru svírající s optickou osou úhel α.
2. Pro každý paprsek aplikovat zákon odrazu,
3. využít pokračování dráhy skutečného paprsku pro nalezení virtuálního obrazového bodu.



Obrazový bod I předmětu O, jehož ***předmětová vzdálenost*** je a, najdeme na ***optické ose***, v ***obrazové vzdálenosti*** a'.
Poloměr křivosti R.

Uvažujme paraxiální paprsky

$$\alpha \langle\langle \frac{\pi}{2} \quad \text{tedy} \quad \varepsilon, \phi, \alpha' \langle\langle \frac{\pi}{2}$$

Toto zjednodušení vede k tomu, že

$$h \langle\langle R \quad \text{a vzdálenost } VQ \text{ je zanedbatelná}$$

Na základě těchto předpokladů můžeme psát

$$\varepsilon = \alpha + \phi \quad \text{a} \quad 2\varepsilon = \alpha + \alpha'$$

Porovnáním $\qquad \alpha - \alpha' = -2\phi$.

Převeďme vztahy mezi úhly na vzdálenosti

$$\alpha \cong \tan\alpha \cong \frac{h}{a}, \alpha' \cong \frac{h}{a'},$$

což vede k

$$\frac{h}{a} - \frac{h}{a'} = -2\frac{h}{R}.$$

Vydělením h

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a'} = -\frac{2}{R}.$$

Vztah obecně platný pro ***konvexní*** a ***konkávní*** povrch

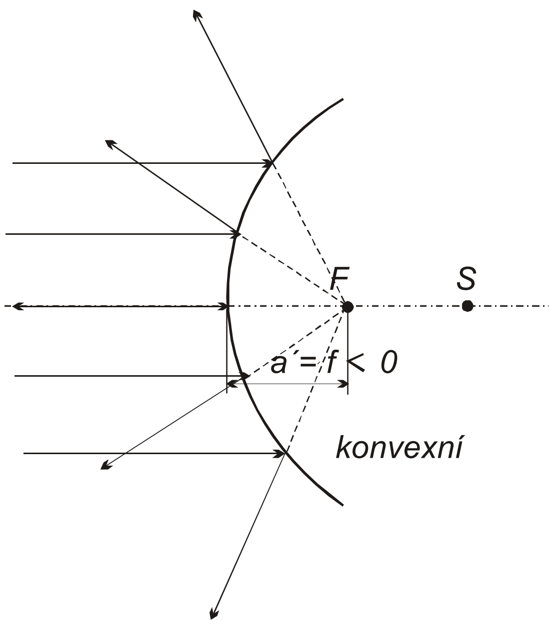
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = -\frac{2}{R}.$$

Znaménková konvence:

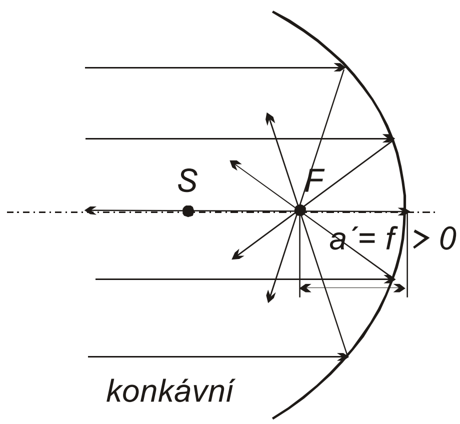
- předpokládáme, že světlo přichází od levé strany k pravé, tento směr považujeme za kladný (+),
- počátek úseček je vrchol plochy; úsečky měřené vpravo jsou kladné (+), úsečky měřené vlevo jsou záporné (–),
- poloměr křivosti R je kladný, jeli střed křivosti C vpravo od vrcholu $V \Rightarrow$ konvexní plocha (+), poloměr křivosti je záporný pro konkávní plochu (–),
- úhel $\alpha\,(\alpha')$ měříme od optické osy k paprsku; ve směru pohybu ručiček je (+), proti směru (–), podobně úhel $\varepsilon\,(\varepsilon')$.

Ohnisková vzdálenost kulového zrcadla:

Je místo na optické ose, kde se protínají paprsky jdoucí rovnoběžně s optickou osou.



Konvexní sférické zrcadlo



Konkávní sférické zrcadlo

Pokud $a \to \infty$ ze zobrazovací rovnice pro sférické zrcadlo můžeme odvodit ohniskovou vzdálenost sférického zrcadla

$$f = -\frac{R}{2}$$

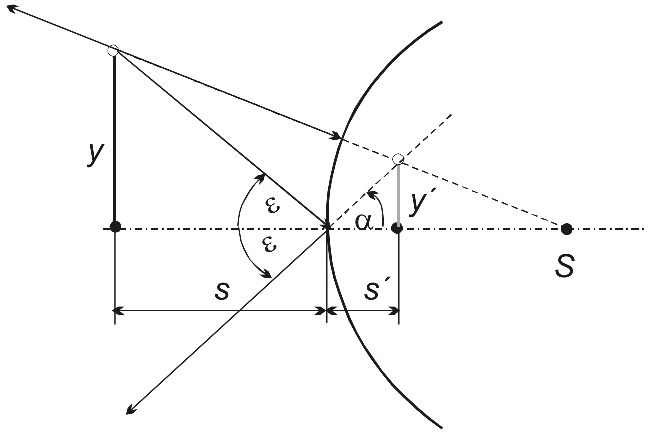
(+) pro konkávní zrcadla (chovají se jako spojné čočky),
(–) pro konvexní zrcadla (chovají se jako rozptylné čočky).

Na základě tohoto vztahu můžeme napsat zobrazovací rovnici pro kulové zrcadlo

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\frac{1}{f}.$$

Zobrazení objektu kulovým zrcadlem– pojem zvětšení

Uvažujme úsečku kolmou na optickou osu délky y a hledejme její obraz y'.



Zvětšení nám říká kolikrát větší nebo menší je obraz vzhledem k předmětu

$$Z=\frac{y'}{y}.$$

Z obrázku vyplývá, že $\varepsilon=\alpha$ a musí tedy platit

$$\tan\varepsilon=\frac{y}{-a}=\tan\alpha=\frac{y'}{a'}$$

a pro zvětšení ve vztahu k předmětové a obrazové vzdálenosti, můžeme psát pro zvětšení

$$Z=-\frac{a'}{a}.$$

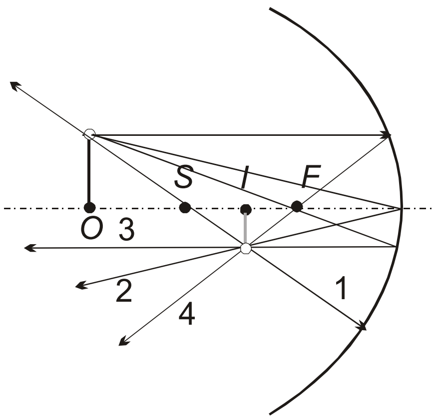
(+) Z znamená, že obraz je vzpřímený,
(–) Z znamená, že obraz je převrácený.

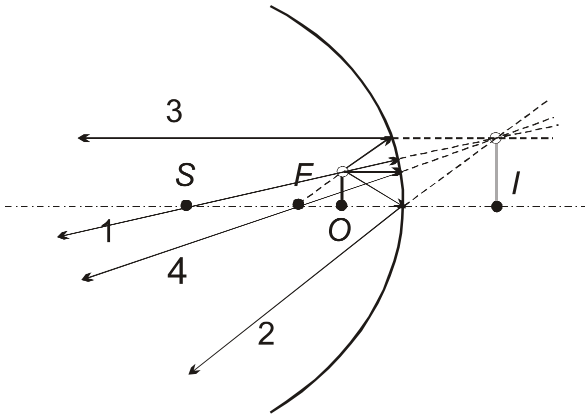
2. Příklady odrazu na kulovém zrcadle (polévková lžíce)

Ke zobrazení tří základních příkladů použijeme 4 charakteristické paprsky (stačí 2):
"1" jde středem kulové plochy S.
"2" prochází vrcholem kulového zrcadla V.
"3" prochází ohniskem kulové plochy.
"4" jde rovnoběžně s optickou plochou a odráží se do ohniska.

a) Konkávní kulové zrcadlo – (předmět je ve vzdálenosti $a\rangle 2f$)
Získáme skutečný, převrácený a zmenšený obraz.

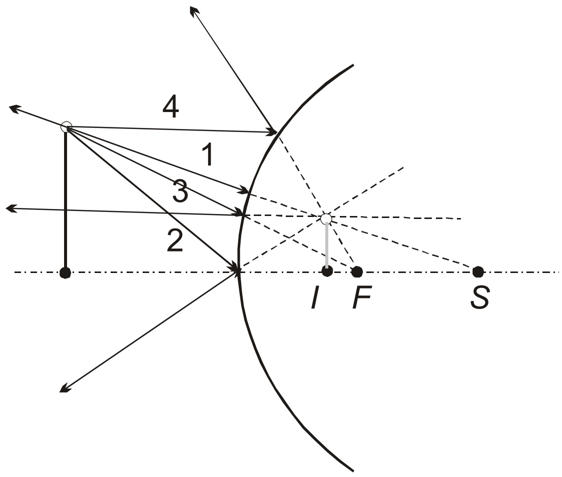
b) Konkávní kulové zrcadlo – (předmět je ve vzdálenosti $a\langle f$).
Získáme virtuální, vzpřímený a zvětšený obraz.





c) Konvexní kulové zrcadlo

Získáme neskutečný, vzpřímený a zmenšený obraz.



Platí, že zkreslení obrazu se zvětšuje pro body ve větších vzdálenostech od optické osy.

Pro duté zrcadlo platí tyto závěry:

$a > 2f \Rightarrow 2f > a' > f$	**obraz skutečný, převrácený, zmenšený,**
$a = 2f \Rightarrow a' = 2f$	**obraz skutečný,převrácený a stejně velký,**
$2f > a > f \Rightarrow a' > 2f$	**obraz skutečný, převrácený, zvětšený,**
$a < f \Rightarrow 0 < \lvert a' \rvert < \infty$	**obraz neskutečný, přímý a zvětšený**

Pro vypuklé zrcadlo:

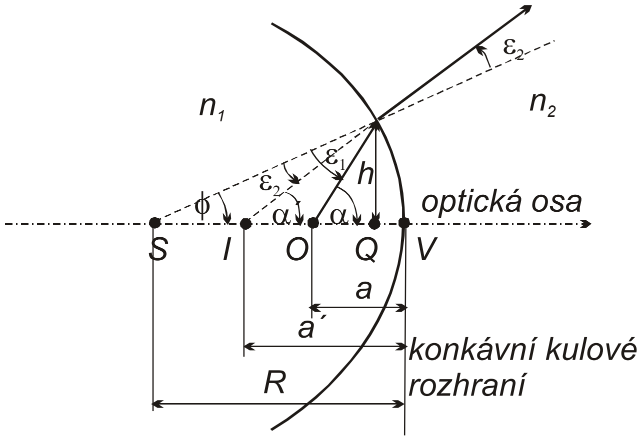
$\infty > a > 0 \Rightarrow \lvert a' \rvert < \lvert f \rvert$ **obraz neskutečný, přímý, zmenšený**

3. Lom na sférickém rozhraní

Na lomu přes sférické (obecně zakřivené) rozhraní je založen princip tvorby obrazu čoček. Při dodržení základních pravidel tvorby obrazu najdeme obraz *I* předmětu *O*. ***Předpokládáme, že sférické rozhraní odděluje prostředí o indexu lomu*** n_1 a n_2.

Pro paraxiální paprsky platí

$$\alpha \langle\langle \frac{\pi}{2} \text{ a proto úhly } \varepsilon_1, \varepsilon_2, \phi, \alpha' \langle\langle \frac{\pi}{2}.$$



Toto přiblížení vede

$$h \langle\langle R \text{ , tedy interval } QV \cong 0.$$

Platí, že $\alpha = \varepsilon_1 + \phi$ a $\alpha' = \varepsilon_2 + \phi$.

Snellův zákon lomu v paraxiálním prostoru

$$n_1\varepsilon_1 \cong n_2\varepsilon_2 .$$

Kombinací vztahů

$$n_1(\alpha - \phi) \cong n_2(\alpha' - \phi).$$

Převedení úhlového vyjádření v délkové:

Pro malé úhly platí $\alpha \cong \tan\alpha \cong \dfrac{h}{a}, \alpha' \cong \tan\alpha' \cong \dfrac{h}{a'}$ a $\phi \cong \tan\phi \cong \dfrac{h}{R}$,

převedení do délkového vyjádření

$$n_1\left(\frac{h}{a} - \frac{h}{R}\right) = n_2\left(\frac{h}{a'} - \frac{h}{R}\right).$$

Vydělením *h* dostaneme

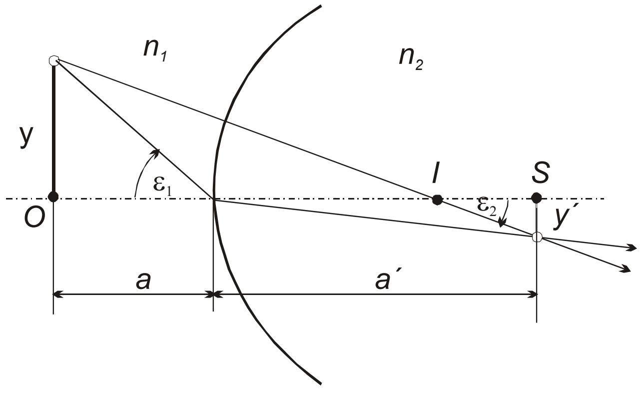
$$\frac{n_1}{a} - \frac{n_2}{a'} = \frac{n_1 - n_2}{R},$$

z čehož je možné vypočítat obrazovou vzdálenost při známém *R* a *a*.

Obecné vyjádření ***zobrazovací rovnice pro kulovou plochu*** použitelné při dodržení znaménkové konvence, jak pro plochu ***konvexní*** tak i ***konkávní***.

$$\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{a'} = \frac{n_2 - n_1}{R}.$$

Zvětšení spojené s lomem na kulové ploše



Aplikací paraxiální aproximace pro Snellův zákon (obrázek)

$$\frac{y}{s} = \tan \varepsilon_1 \cong \frac{n_2}{n_1} \tan \varepsilon_2 = \frac{n_2}{n_1} \frac{-y'}{a'} .$$

Znaménková konvence pro mimoosové objekty:
(+) pro y nad optickou osou,
(–) pro y' pod optickou osou.

Vztah pro příčné zvětšení

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{n_1}{n_2} \frac{a'}{a} .$$

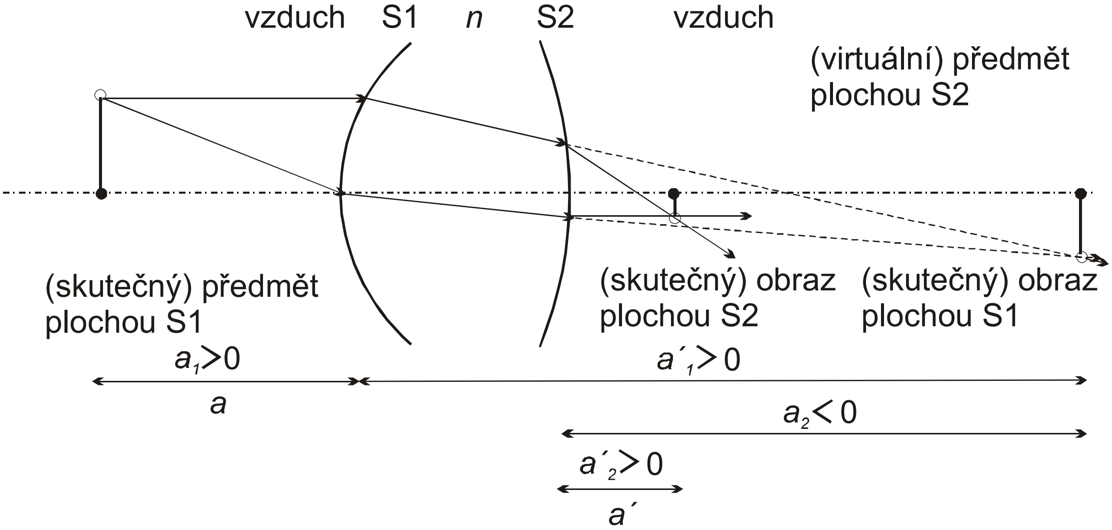
TVORBA OBRAZU TENKÝMI ČOČKAMI

1. Zobrazovací rovnice pro tenkou čočku

Tenká čočka – taková, jejíž tloušťka d je vzhledem k poloměrům křivosti ploch velmi malá, takže lze položit $d \to 0$

Čočka je vytvořena kombinací dvou lámavých ploch (rozhraní), přičemž minimálně jedna plocha musí být zakřivená. Plochy obvykle ohraničují kus materiálu, který má oproti okolí odlišný index lomu.

Zobrazení standardní čočkou ve vzduchu



Již víme, že rovnice

$$\frac{1}{a_1} + \frac{n}{a_1{}'} = \frac{n-1}{R_1} \quad \text{a} \quad \frac{n}{a_2} + \frac{1}{a_2{}'} = \frac{1-n}{R_2}$$ popisují umístění předmětu a obrazu.

U tenké čočky se předpokládá, že chod paprsků v čočce je dostatečně krátký a tloušťku čočky můžeme zanedbat.

$$a_2 \cong -a_1{}',$$

kde znaménko – značí, že předmět zobrazený plochou 2 je virtuální.

Úpravou zobrazovací rovnice za daného předpokladu dostaneme

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2{}'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Položíme-li-li první předmětovou vzdálenost $a_1 \equiv a$ a druhou obrazovou vzdálenost $a_2{}' \equiv a'$, potom dostaneme rovnici

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

S odvoláním na definici ohniskové vzdálenosti f (obrazová vzdálenost pro vzdálený předmět nebo předmětová vzdálenost, která odpovídající obrazu v nekonečnu) platí

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Porovnáním dvou posledních výrazů (při započítání znaménkové konvence), dostáváme zobrazovací rovnici pro tenkou čočku

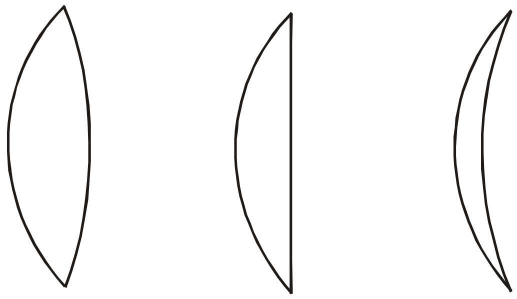
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\frac{1}{f} \qquad \left(\frac{1}{a'}-\frac{1}{a}=\frac{1}{f'}\right).$$

2. **Spojné čočky**

- Mají kladnou ohniskovou vzdálenost $f'\rangle 0$,
- jejich tloušťka uprostřed je větší než na okrajích.

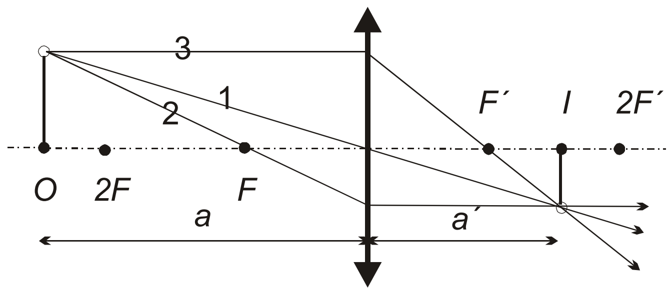
Standardní typy spojných čoček:

bikonvexní plankonvexní pozitivní meniskus

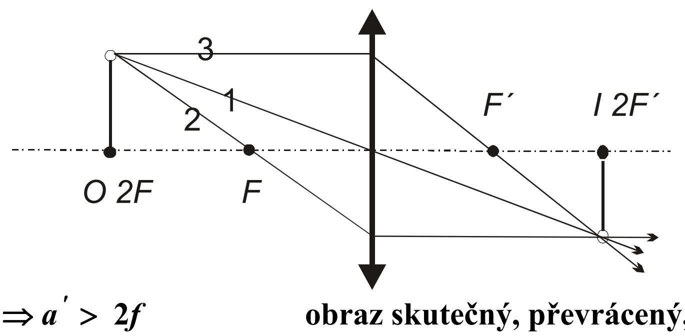


Pravidla pro zobrazení spojnými čočkami:

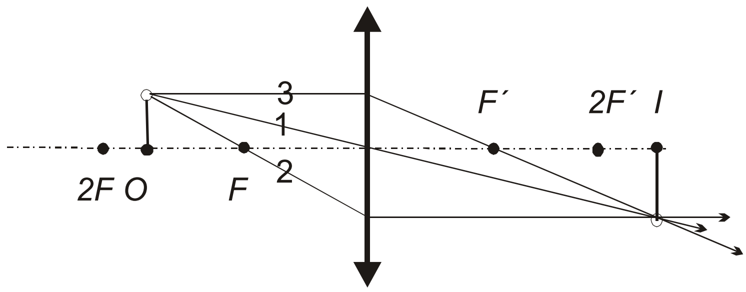
a* > 2*f* ⇒ *f* < *a*′ < 2*f **obraz skutečný, převrácený, zmenšený,**



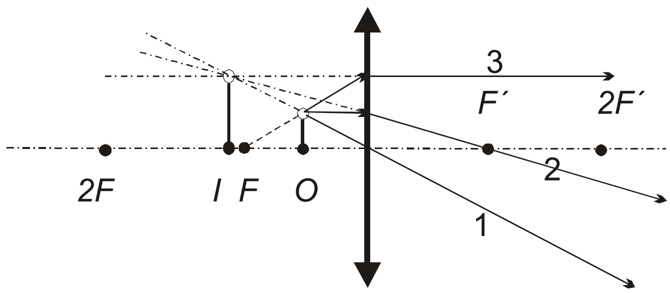
***a* = 2*f* ⇒ *a*′ = 2f** **obraz skutečný,převrácený a stejně velký,**



2*f* > *a* > *f* ⇒ *a*′ > 2*f* **obraz skutečný, převrácený, zvětšený,**



$a < f \Rightarrow 0 < |a'| < \infty$ **obraz neskutečný, přímý a zvětšený.**

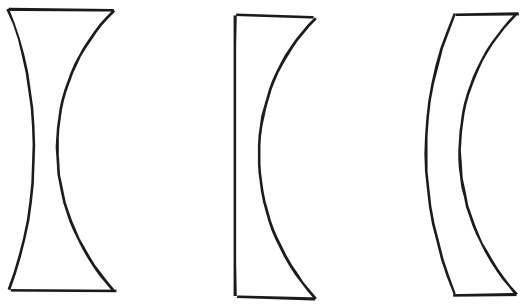


3. Rozptylné čočky

Rozptylné čočky mají zápornou ohniskovou vzdálenost. "Rozptylka" je tenčí uprostřed než na okraji.

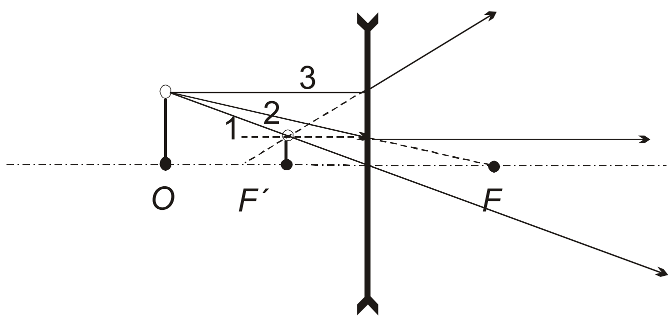
Standardní typy rozptylných čoček:

bikonkávní plankonkávní negativní meniskus



Pravidlo pro rozptylnou čočku:

$\infty > a > 0 \Rightarrow |a'| < |f|$ **obraz neskutečný, přímý a zmenšený.**

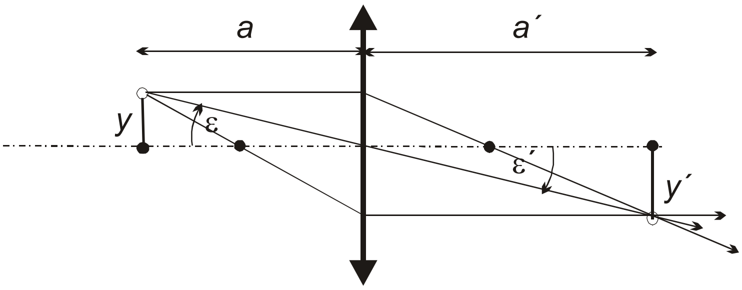


Z obrázku při úvaze znaménkové konvence vidíme, že

$$\frac{y}{a} = \tan\varepsilon = \tan\varepsilon' = -\frac{y'}{a'}$$

a pro zvětšení tenké spojky a rozptylky

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}.$$



4. Optická mohutnost čoček (tmelených čoček)

Optická mohutnost $D = \frac{1}{f}$ D – dioptrie, f – metr

Tmelením optických čoček L_1 L_2 (kanadským balzámem)

L_1: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1'} = \frac{1}{f_1}$

L_2: $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2'} = \frac{1}{f_2}$

Za předpokladu, že $a_2 = -a_1'$ můžeme přepsat zobrazovací rovnici pro L_2

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2'} = \frac{1}{f_2}.$$

Sečtením obou rovnic

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2},$$

což vypadá jako rovnice pro jednu čočku s ohniskovou vzdáleností

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}.$$

Z toho vyplývá, že optická mohutnost čočky tmelené ze dvou čoček, je rovna součtu optických mohutnosti jednotlivých čoček.

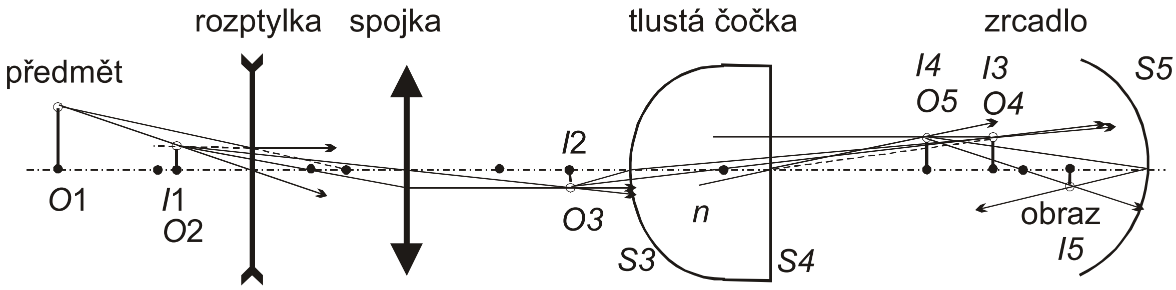
$$D = D_1 + D_2 + ... + D_n$$

Poznámka: závěr platí i pro zjištění celkové optické mohutnosti při aplikaci kontaktních čoček.

PAPRSKY JDOUCÍ OPTICKOU SOUSTAVOU TVOŘENOU MNOHA OPTICKÝMI PRVKY

Znalost předchozích pravidel nám umožňuje řešit průchod paprsků optickou soustavou tvořenou tenkými a tlustými čočkami i zrcadly.

Předpokládejme, že budeme řešit průchod jednotlivými prvky a rozhraními postupně. Pro každý prvek nebo rozhraní bude obraz vytvořený předchozím prvkem zároveň předmětem pro prvek následující.



Na obrázku jsou použity vždy dva charakteristické paprsky pro tvorbu obrazu.
Zobrazovací rovnice a vztah pro zvětšení u jednotlivých prvků:

L1: $\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_1'} = \dfrac{1}{f_1}; \beta_1 = -\dfrac{a_1'}{a_1}$,

L2: $\dfrac{1}{a_2} + \dfrac{1}{a_2'} = \dfrac{1}{f_2}; \beta_2 = -\dfrac{a_2'}{a_2}$,

S3: $\dfrac{1}{a_3} + \dfrac{n}{a_3'} = \dfrac{n-1}{R_3}; \beta_3 = -\dfrac{1}{n}\dfrac{a_3'}{a_3}$,

S4: $\dfrac{n}{a_4} + \dfrac{1}{a_4'} = \dfrac{1-n}{R_4 \to \infty} = 0 \Rightarrow a_4' = -\dfrac{a_4}{n}; \beta_4 = +1$,

S5: $\dfrac{1}{a_5} + \dfrac{1}{a_5'} = -\dfrac{2}{R_5}; \beta_5 = -\dfrac{a_5'}{a_5}$.

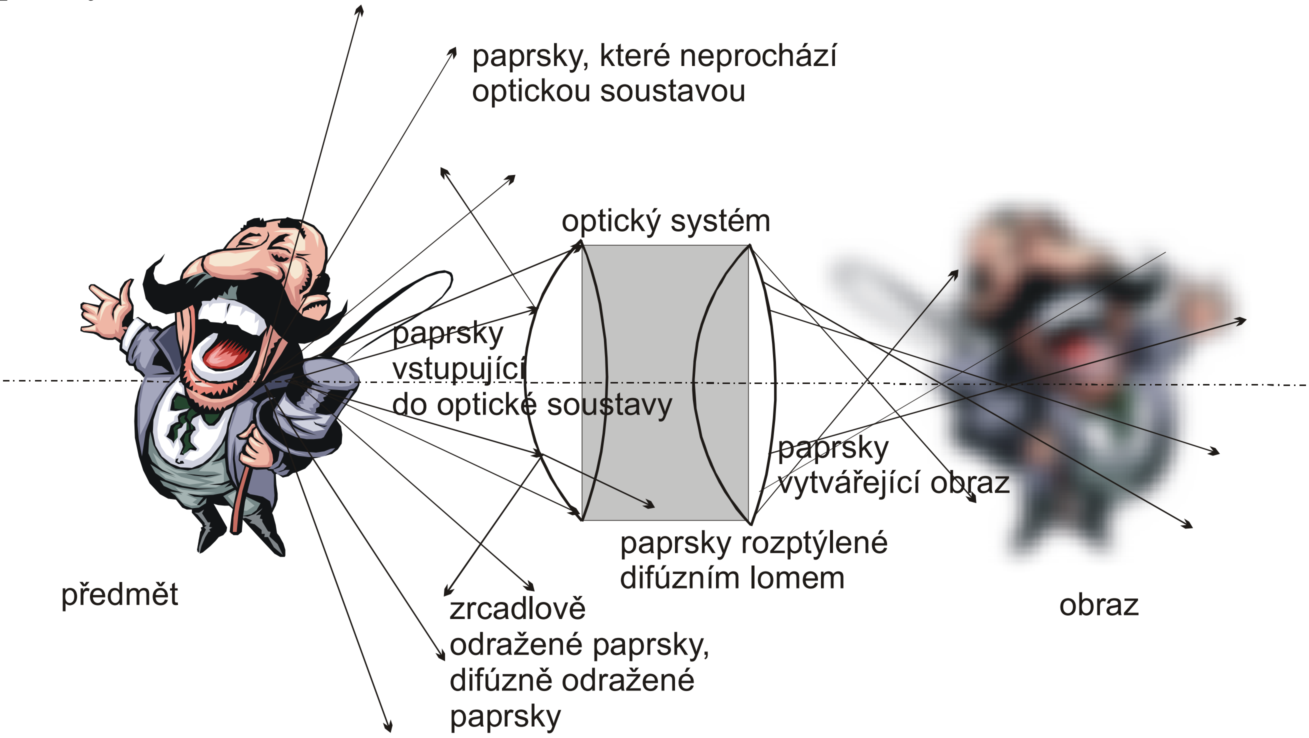
Při postupném počítání polohy obrazu (předmětu) je třeba se průběžně ujišťovat, zda výsledek je fyzikálně správný (reálný obraz, virtuální obraz…)

Optické vady (aberace) zobrazujících soustav

1. Paprskové aberace

Dokonale zobrazující optická soustava z pohledu geometrické optiky zobrazuje předmětový bod do správného místa v obrazové rovině a vytváří dokonalý obraz.

Skutečnost však může vypadat podobně jako na obrázku, kdy pouze některé paprsky se protínají v obrazové rovině $\Rightarrow$ ***nedokonalé zobrazení***.



3 důvody vzniku nedokonalého zobrazení:

- Některé paprsky vycházející z předmětu vůbec neprochází optickou soustavou, (úbytek paprsků vede k tvorbě nezřetelného obrazu vlivem difrakce a jevů souvisejících s vlnovou povahou světla),
- některé z paprsků procházejících optickou soustavou, ale nedorazí do obrazové roviny z důvodu ***absorpce, odrazu, difúzního odrazu a lomu***,
- paprsky procházející optickou soustavou se neprotínají v obrazové rovině z důvodu odchylek způsobených nerespektováním zákona lomu a odrazu – tzv. ***paprskové aberace***.

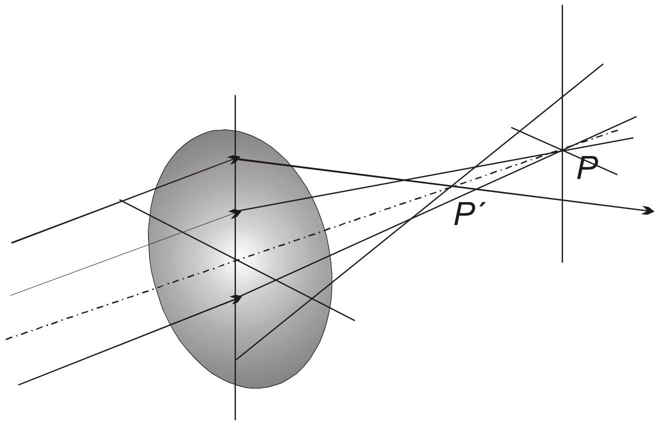
Uvažujme proto pouze paprsky v ***paraxiálním prostoru***.

2. Vybrané aberace vyplývající z nedokonalého zobrazení v paraxiálním prostoru

Aberace jsou uváděny pro jednu čočku.

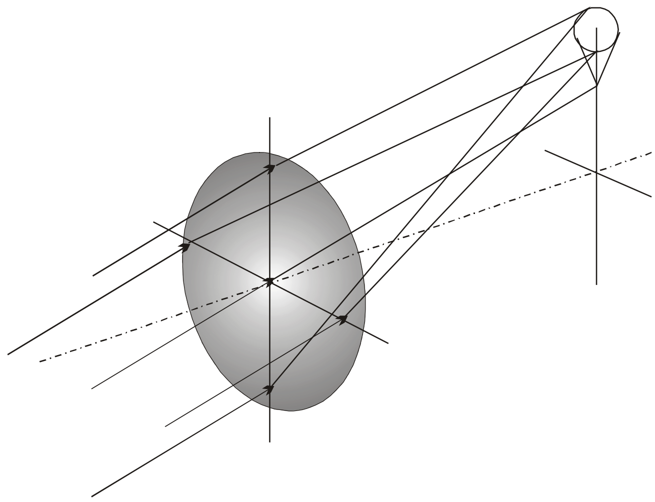
Otvorová vada (sférická aberace)

Vyplývá z nedokonalého sférického povrchu optické lámavé plochy čočky. Obraz předmětu je fokusován do bodu před obrazovou rovinou (body P a P') v závislosti na úhlu paprsku od optické osy. (***Podélná a příčná otvorová vada***).



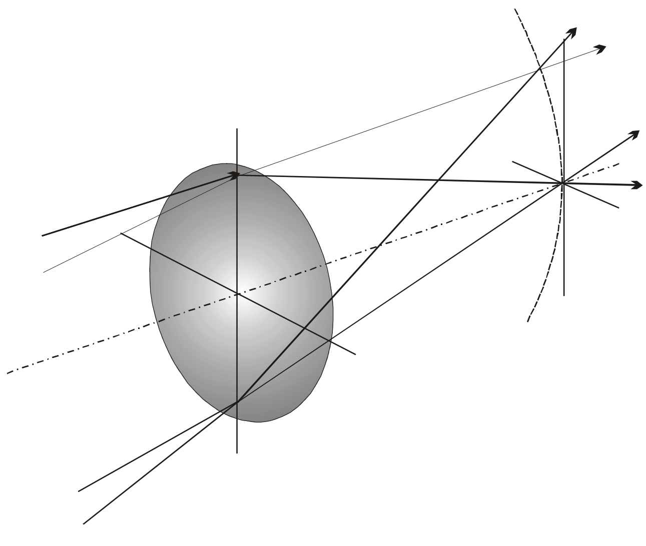
Koma

Koma je způsobena širokým paprskovým svazkem vycházejícím z mimoosového bodu. Paprskový svazek po průchodu soustavou nabývá nesouměrného tvaru, takže obrazem bodu je ploška protáhlá jedním směrem s nerovnoměrným rozdělením světla (kometa). (***Tangenciální, sagitální koma***).



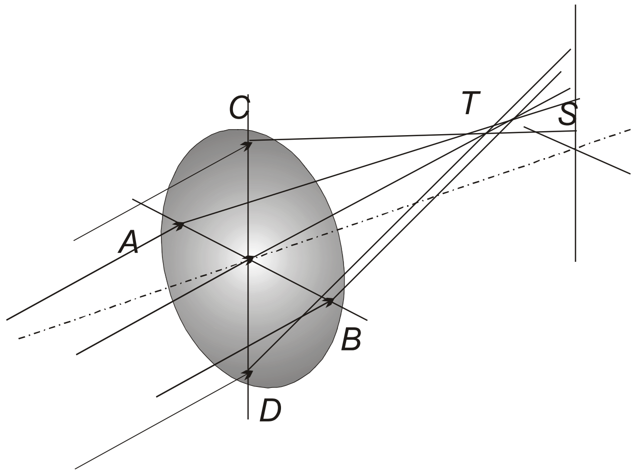
Zakřivení zorného pole

Dochází k němu tehdy, když šikmé paprsky jsou fokusovány do roviny bližší než osové paprsky. Výsledkem je zakřivená obrazová rovina.



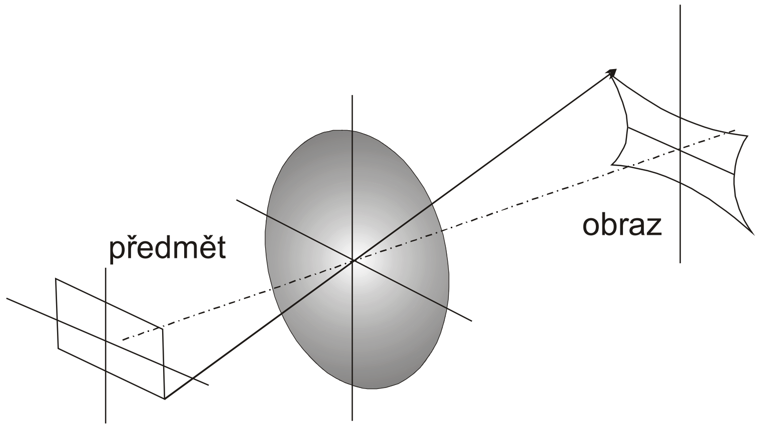
Astigmatismus

Astigmatismus představuje další běžný defekt zobrazení mimoosového předmětu. Paprsky jdoucí osou AB jsou fokusovány do bodu *S*, zatímco paprsky světla jdoucí podél osy CD jsou fokusovány do bodu *T*. Bod *S* leží v sagitální rovině (sagitální ohnisko), bod *T* v tangenciální rovině (tangenciální ohnisko).



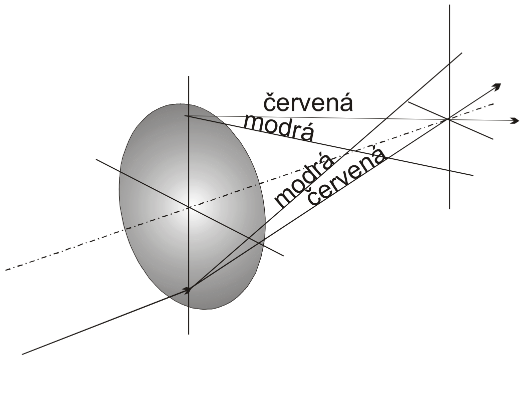
Zkreslení (zkřivení) obrazu

Přímky se zobrazují jako křivky (podduškovité, soudkovité zkreslení čtverce)



Barevná vada

Vychází z disperze materiálu, ze kterého je čočka vyrobena. Obraz se vytvoří světlem příslušné vlnové délky na jiném místě a má různou velikost – ***barevná vada polohy a velikosti***.



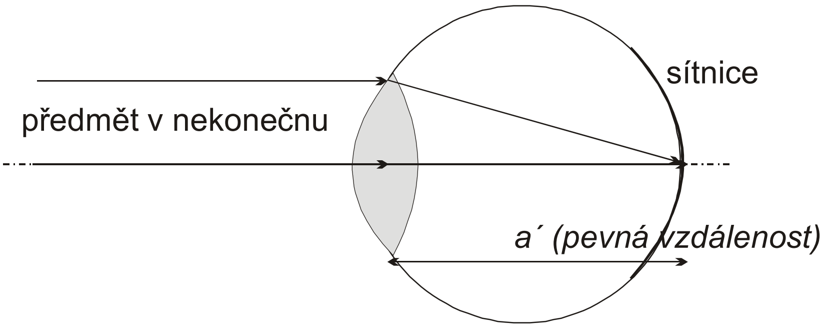
Teorie paprskových aberací je velmi složitá a aberace jsou komplikovanější u většího počtu členů optické soustavy (viz. objektivy SM – klíčový prvek SM ⇒ vysoká cena).

Optické přístroje (spojené s okem)

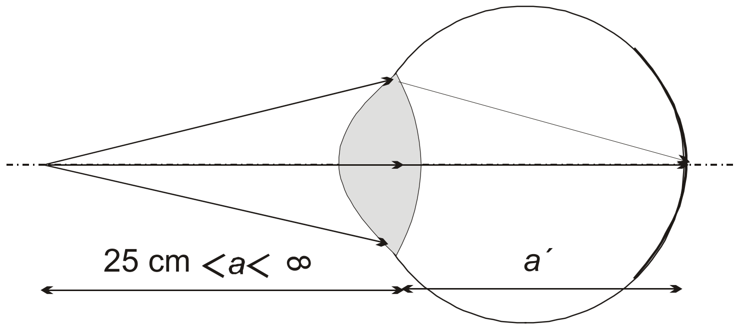
1. Jednoduchý model oka

Z pohledu optiky je oko tvořeno několika ***světlolomnými prostředími*** (rohovka, komorová voda, čočka a sklivec), oční čočkou (spojnou) a duhovkou jako clonou.

Sítnice je biologickým detektorem světla, kde se vytváří obraz a nachází se zde vyústění zrakového nervu (slepá skvrna) a místo nejcitlivější – žlutá skvrna.



Oční čočka má významnou schopnost zaostřit z nekonečna do blízkého bodu (platí pro fyziologicky zdravé oko) – ***akomodace***.

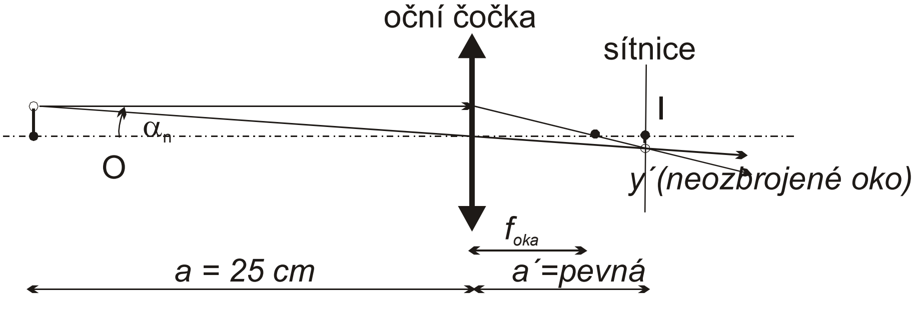


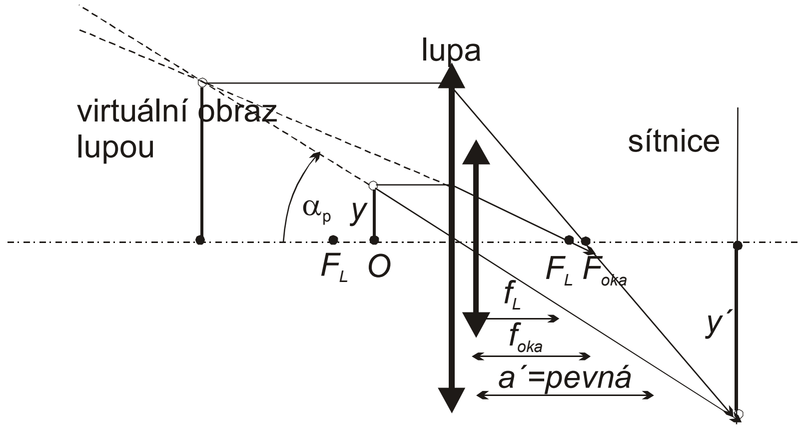
Bod daleký leží v ∞
Poloha blízkého bodu je ***dohodnutá*** – 25 cm.
Poznámka: v průběhu života se poloha blízkého bodu mění (od 5 cm u novorozenců, 25 cm odpovídá 40 rokům života)

2. Lupa

Pro zvětšení obrazu pozorovaného prostým okem, můžeme použít lupu.
Lupa zvětšuje obraz na sítnici následovně:

Poloha předmětu je menší nebo rovna ohniskové vzdálenosti lupy f_L , zvětšovací sklo (lupu) přiložíme blízko oka. Zvětšený, virtuální a vzpřímený obraz je tak vytvořen přibližně ve vzdálenosti blízkého bodu oka – 25 cm.





Zvětšení očí "ozbrojených" přístroji: – obecně

$$\Gamma_{oka} = \frac{y'_{přístroj}}{y'_{neozbrojené}}$$

Porovnáním obrázků:

$$\frac{y'_{neozbrojené}}{a'} = \frac{y}{25cm} = \tan\alpha_n \cong \alpha_n ; \frac{y'_{přístroj}}{a'} = \frac{y}{a} = \tan\alpha_p \cong \alpha_p .$$

Pro zvětšení lupy odvodíme vztah:

$$\Gamma_L = \frac{\alpha_p}{\alpha_n} = \frac{25cm}{a} .$$

Je-li předmět umístěný v ohnisku, potom

$$\Gamma_L = \frac{25cm}{f_L} .$$

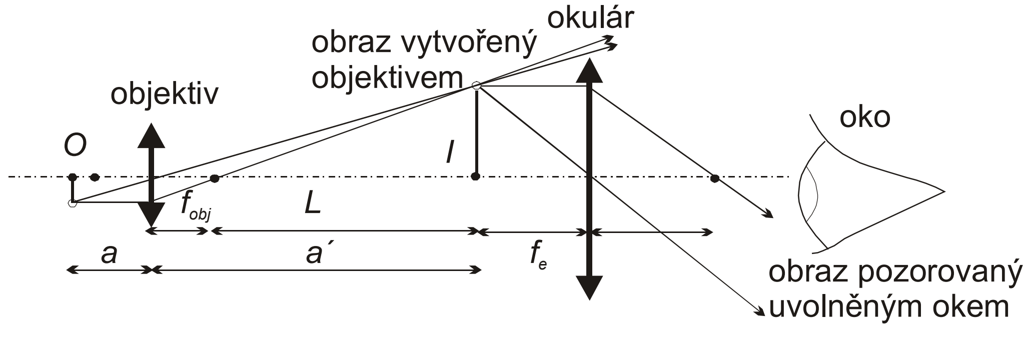
V tomto případě příslušné paprsky jsou paralelní a obraz pozorujeme "uvolněným" okem bez akomodace.

3. Mikroskop

Mikroskop slouží k pozorování velmi malých předmětů umístěných v těsné blízkosti objektivu.

Vedle osvětlovací soustavy patří mezi základní členy světelného mikroskopu ***objektiv*** a ***okulár***. Objektiv vytvoří převrácený a zvětšený obraz, který pozorujeme okulárem podobně jako lupou. Ten obraz ještě více zvětší a "napřímí".

Objektiv bývá nejexponovanějším optickým prvkem s ohledem na kvalitu jeho optické soustavy (bez aberací).



○

K odvození zvětšení použijme obrázek, kde L je tzv. optický interval mikroskopu (vzdálenost obrazového ohniska objektivu a předmětového ohniska okuláru) – bývá obvykle 16 cm.

Z porovnání s obrázkem vyplývá:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\frac{1}{f_{obj}}, \quad a'=f_{obj}+L,$$

tedy

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{f_{obj}}-\frac{1}{f_{obj}+L}.$$

Zvětšení objektivu

$$\Gamma_{obj}=-\frac{a'}{a}=\left(f_{0bj}+L\right).\left(\frac{1}{f_{obj}}-\frac{1}{f_{obj}+L}\right)=\frac{f_{obj}+L}{f_{obj}}-1=1+\frac{L}{f_{obj}}-1=\frac{L}{f_{obj}}$$

nebo

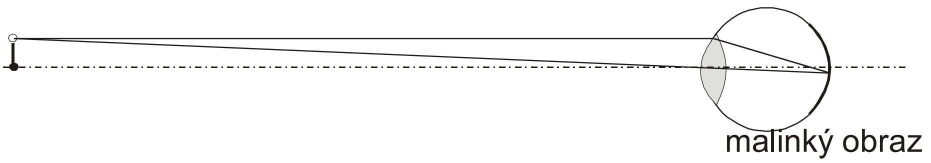
$$\Gamma_{obj}=\frac{L}{f_{obj}}=\frac{16cm}{f_{obj}}.$$

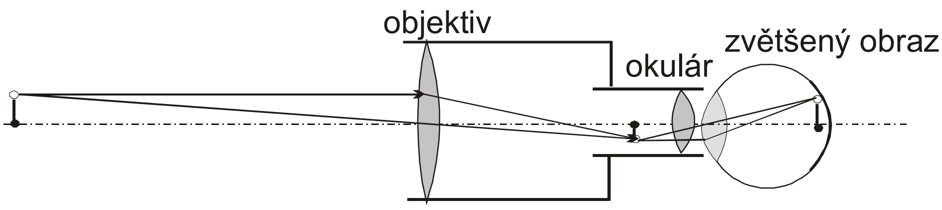
Okulárem pozorujeme předmět jako lupou, potom celkové zvětšení mikroskopu

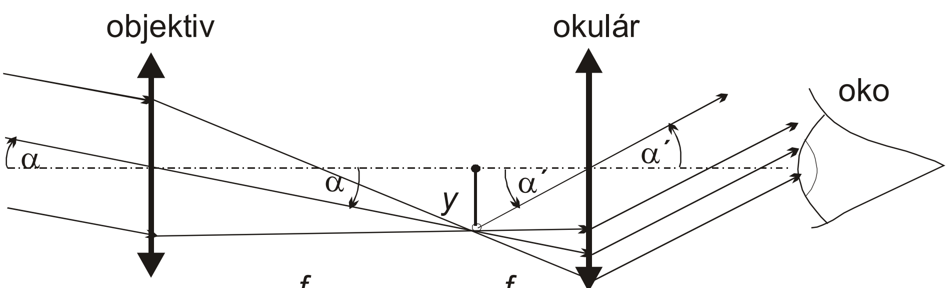
$$\Gamma_{mikroskopu}=\Gamma_{objektivu}\times\Gamma_{okuláru}=\frac{16cm}{f_{obj}}.\frac{25cm}{f_{ok}}.$$

4. Dalekohled

Lupa i mikroskop slouží k pozorování (zvětšení) blízkých (velmi malých) předmětů. Dalekohled je určen pro pozorování vzdálených předmětů a rozlišení jejich podrobností. Objektivem se vytvoří meziobraz, který dále zvětšujeme okulárem.







Užitím vztahu pro úhlové zvětšení, naše oči vidí obraz na sítnici $\frac{\alpha'}{\alpha}\times$ větší než neozbrojeným okem.

$$\frac{y'}{f_{objektivu}} = \tan\alpha \cong \alpha; \frac{y'}{f_{okularu}} = \tan\alpha' \cong \alpha'.$$

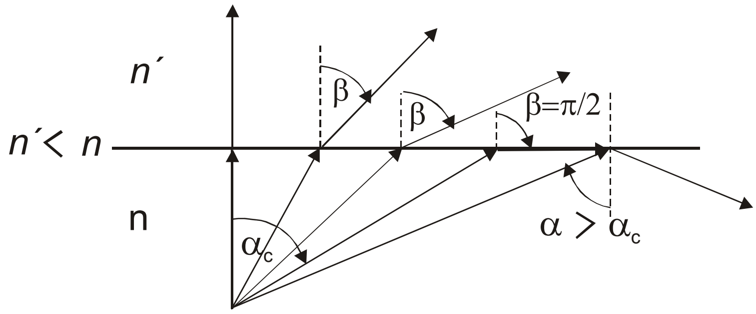
Pro zvětšení dalekohledu dostaneme

$$\Gamma_{dalekohledu} = \frac{f_{objektivu}}{f_{okular}}.$$

Světlovody –
využití totálního odrazu světla pro přenos světla

Optické vlnovody (světlovody) vedou světlo v omezeném vnitřním prostoru podél světlovodem vytvořené dráhy.

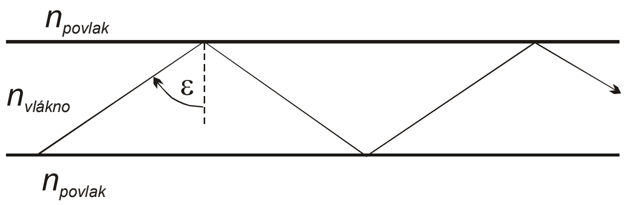
Opakování:
Podmínka úplného odrazu světla (totální reflexe).



Podle Snellova zákona lomu $$n \sin \alpha_c = n' \sin\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

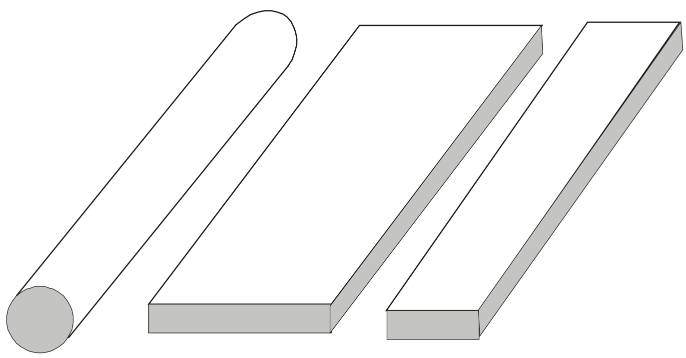
Pro ***kritický úhel*** $$\alpha_c = \arcsin\left(\frac{n'}{n}\right).$$

Paprsek, který dopadá na rozhraní pod úhlem větším, než je úhel kritický se totálně odráží (***totální reflex–TR***).



$n_{vlákno} \rangle n_{povlak}$

Světlovod vede světlo v případě, že existuje více než jedno rozhraní s TR nebo lépe v případě, že rozhraní obklopuje světlovodné prostředí (optická vlákna).

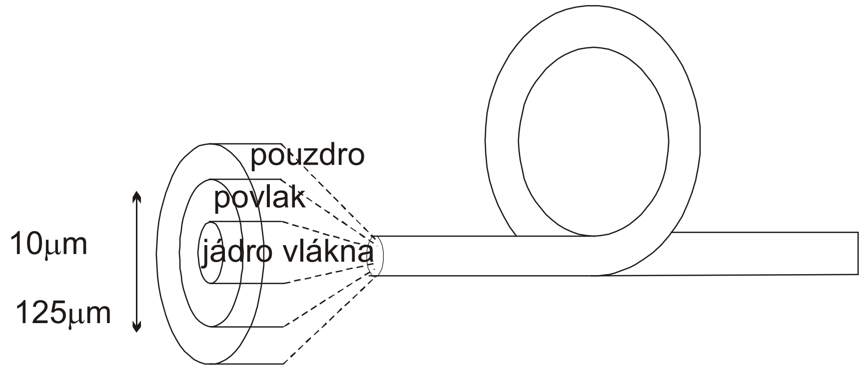


Stavba typického optického vlákna je patrná z následujícího obrázku

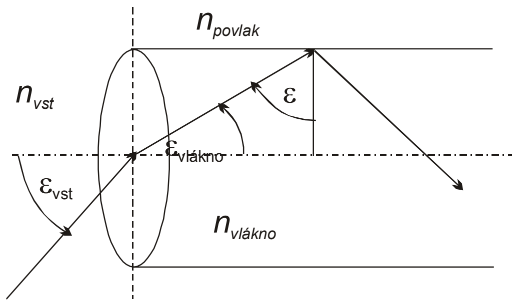
Svítíme-li na čelo světlovodu, můžeme ze zákonů paprskové optiky určit paprsky, které projdou na druhý konec světlovodu.

Uvnitř vlákna prochází jen paprsky splňující TR ($\varepsilon \rangle \varepsilon_c$).

Zpětně můžeme spočítat aperturní úhel $\varepsilon_{vst.}$, pod kterým paprsky vstupují přes čelo do vlákna.



Snellův zákon lomu $n_{vst} \sin \varepsilon_{vst} = n_{vlákna} \sin \varepsilon_{vlákna}$



Protože $\sin \varepsilon_{vlákna} = \cos \varepsilon = \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon}$ (užitím $\sin^2 \varepsilon + \cos^2 \varepsilon = 1$)

Maximální úhel dopadu paprsku na čelo vlákna odpovídá podmínce $\varepsilon = \varepsilon_c$.

Platí tedy

$$n_{vst} \sin \varepsilon_{vst}^{\max} = n_{vlákna} \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon_c} = n_{vlákna} \sqrt{1 - \frac{n_{povlak}^2}{n_{vlákno}^2}} = \sqrt{n_{vlákno}^2 - n_{povlak}^2} \, .$$

Numerická apertura (důležitý parametr optického vlákna).

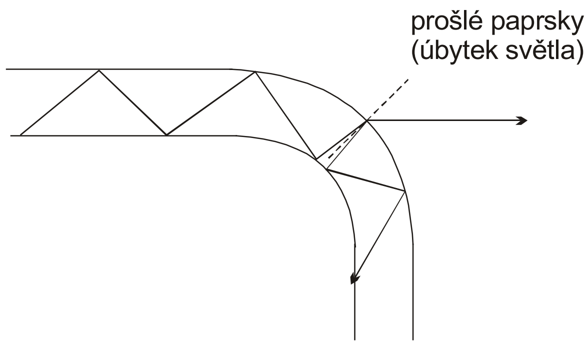
Sinus úhlu paprsku vstupujícího do vlákna (měřeného od optické osy), násobený indexem lomu prostředí před optickým vláknem

$$NA = n_{vst} \sin \varepsilon_{vst}^{\max} \quad \text{nebo} \quad NA = \sqrt{n_{vlákna}^2 - n_{povlak}^2} \, .$$

Známe-li indexy lomu vlákna a jeho povlaku, můžeme určit numerickou aperturu světlovodu, která vymezuje největší kužel světelných paprsků, které vlákno úspěšně přenese.

Poznámka:

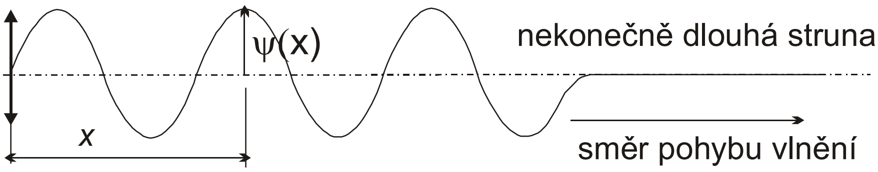
- Pro případ, že vlákna ohýbáme (flexibilní endoskopy, apod.), mohou nastat ztráty světla "únikem" způsobeným větším ohybem světlovodu.
- V případě, že světlovod složený z více vláken používáme pro zobrazení, je nutné, aby byla zachována mozaika vstupních a výstupních vláken (jinak dojde k rozházení obrazu).



Vlnová (fyzikální) optika
Základy vlnové teorie

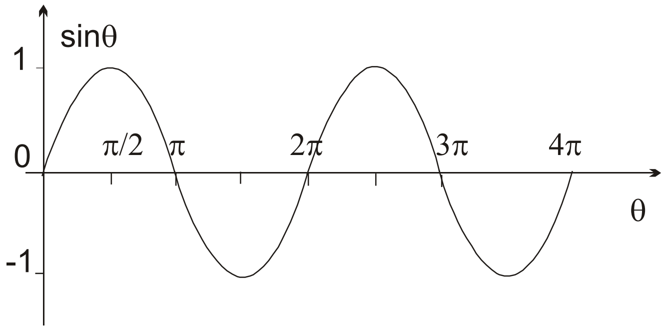
1. Harmonické vlny

Uvažujme případ vlnění nekonečně dlouhé struny



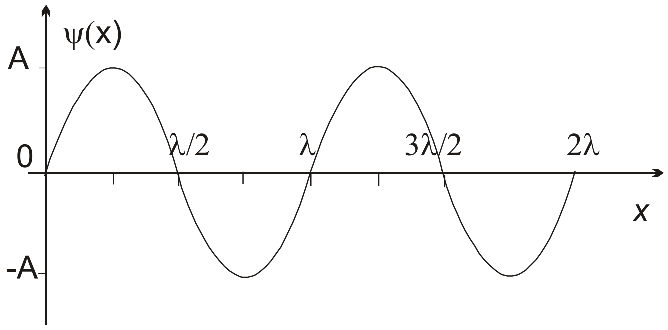
Studujme situaci v čase t

Okamžitá amplituda vlnění $\psi(x)$



$$\psi(x) = A\sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right).$$

Okamžitá amplituda $\psi(x)$ je funkcí $\sin\theta$



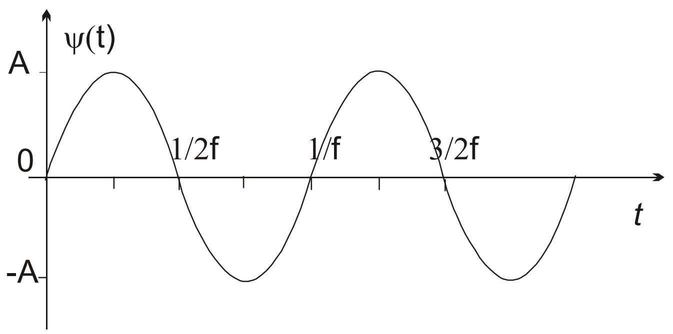
$$\theta = 2\pi\frac{x}{\lambda} = 2\pi \text{ za předpokladu, že } x = \lambda.$$

A je maximální amplituda vlny,

λ je vlnová délka. (V daném čase jsou dva body na struně v místě x a $x + \lambda$ ve stejné pozici).

Závislost vlnové amplitudy na čase

$$\psi(t) = A\sin(2\pi ft) .$$



$$\theta = 2\pi ft = 2\pi \text{, za předpokladu, že } t = \frac{1}{f}.$$

f je frekvence vlnění.

V obecném případě (mění se čas a pozice) můžeme vlnovou amplitudu psát

$$\psi(x,t) = A\sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda} \pm 2\pi ft\right) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \pm ft\right)\right].$$

Někdy je výhodnější popsat harmonickou vlnu ***vlnovým číslem*** k a ***úhlovou frekvencí*** ω

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{a} \quad \omega = 2\pi f.$$

harmonickou vlnu můžeme popsat rovnicí

$$\psi(x,t) = A\sin(kx \pm \omega t).$$

Pro případ konstantního fázového posunu $\frac{\pi}{2}$ $\qquad \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\theta$

$$\psi(x,t) = A\cos(kx \pm \omega t)$$

Fáze harmonického vlnění $\theta(x,t) = kx \pm \omega t$.

Tabulka jednotek a veličin spojených s harmonickým vlněním

veličina	**rozměr**	**jednotka**
fáze θ	úhel	radián
vlnová délka λ	délka	metr (nanometr – nm)
vlnové číslo k	úhel/délka	rad/m
frekvence f	1/čas	Hz (1/s)
úhlová frekvence ω	úhel/čas	rad/s
amplituda A	závislá na typu vlny	

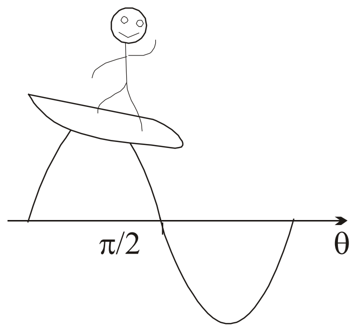
2. Rychlost vlnění a vztah k indexu lomu

Nahlížíme-li na harmonickou vlnu jako funkci času a polohy, zdá se, že periodické vlny v závislosti na čase($\sin\theta, \cos\theta$) putují směrem doprava (narůstá x) nebo doleva (zmenšuje se x).

Jaký je tedy ***směr vlnění*** a ***rychlost vlnění*** ?

Představme si, že jsme surfaři a stojíme na hřebenu vlny ($\theta = \frac{\pi}{2}$).

- Jestliže $\theta = kx - \omega t$, potom s narůstajícím časem x rovněž roste (při konstantní fázi)$\Rightarrow$ hřeben vln se pohybuje ve směru narůstajícího x (doprava).
- Pro $\theta = kx + \omega t$, potom s narůstajícím časem x se stává menší (při konstantní fázi)$\Rightarrow$ hřeben vln se pohybuje ve směru snižujícího se x (doleva).



Matematické upřesnění:

$\theta(x,t) = \dfrac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi ft$ = konst. (jakýkoliv stálý úhel),

z toho $\quad x = \dfrac{\lambda}{2\pi}.konst. + \lambda ft$.

Rychlost pevného bodu vlny

$$rychlost = \frac{dx}{dt} = 0 + \lambda f = \lambda f \ .$$

Víme, že ve vakuu je rychlost rovna rychlosti světla $c \cong 3.10^8$ m.s^{-1} a v materiálu s indexem lomu n je rychlost = c/n.

Ve vakuu

$$c = \lambda_0 f \ \text{ nebo } \ \lambda_0 = \frac{c}{f} \ .$$

V materiálu

$$\lambda = \frac{1}{n}\frac{c}{f} = \frac{\lambda_0}{n} .$$

Vlnové číslo pro vakuum $\quad k_0 = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}$

Vlnové číslo pro látku $\quad k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = k_0 n$.

Užitím těchto vztahů upravíme Snellův zákon

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{x} \ \text{ a } \ \sin\beta = \frac{\lambda'}{x}$$

z toho vidíme, že

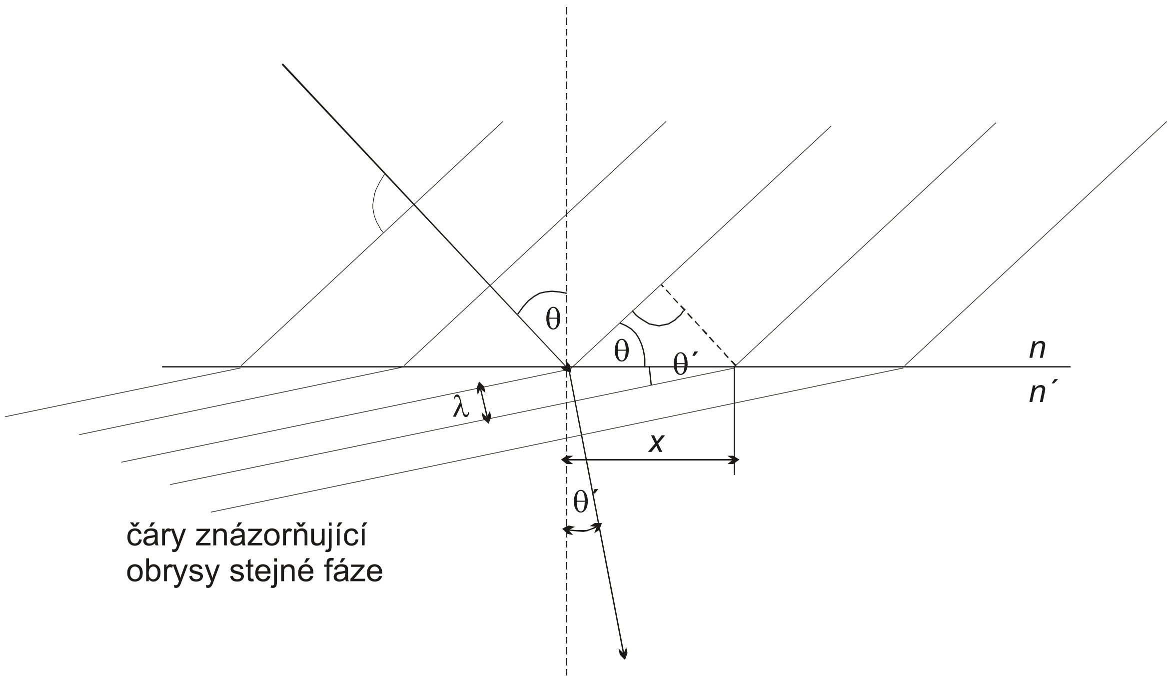
$$\frac{1}{x} = \frac{\sin\alpha}{\lambda} = \frac{\sin\beta}{\lambda'} .$$

Protože víme $\lambda = \dfrac{\lambda_0}{n}$ a $\lambda' = \dfrac{\lambda_0}{n'}$

zjistíme, že

$$\frac{n}{\lambda_0}\sin\alpha = \frac{n'}{\lambda_0}\sin\beta$$

a po úpravě dostaneme Snellův zákon lomu $\quad n\sin\alpha = n'\sin\beta$.



3. Vlnový vektor a směr šíření vlnění

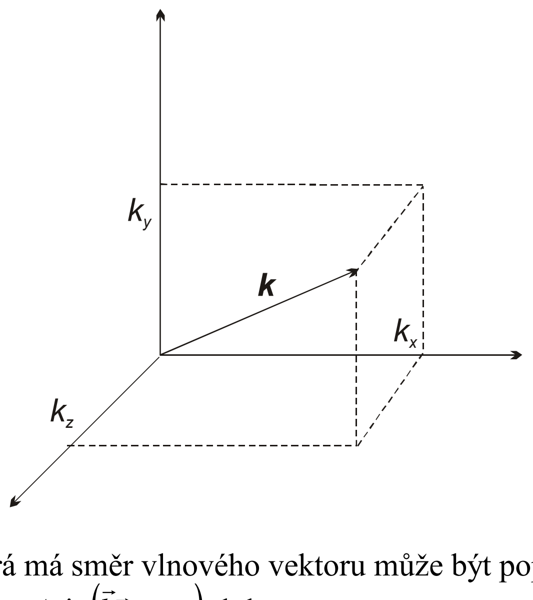
Předchozí případ byl řešen pro vlnění v jednom směru podél přímky. Pro případ 3D musíme uvažovat vlnění v prostoru daném Kartézským souřadným systémem.

<u>Řešení pomocí vektorů</u>

Místo vlnového čísla k budeme uvažovat ***vlnový vektor*** $\vec{k}$.

Pro vlnový vektor platí: velikost vlnového vektoru je rovna vlnovému číslu

$$\left|\vec{k}\right| = k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$



Harmonická vlna, která má směr vlnového vektoru může být popsána rovnicí

$$\psi(\vec{r},t) = A\sin\left(\vec{k}\vec{r} - \omega t\right), \text{ kde}$$

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z$$

je polohový vektor bodu v Kartézských souřadnicích *x, y, z*.

$\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektory určené jako součin jednotkového vektoru v příslušné ose a velikosti $\vec{i}x, \vec{j}y, \vec{k}z$.

Skalární součin vektorů

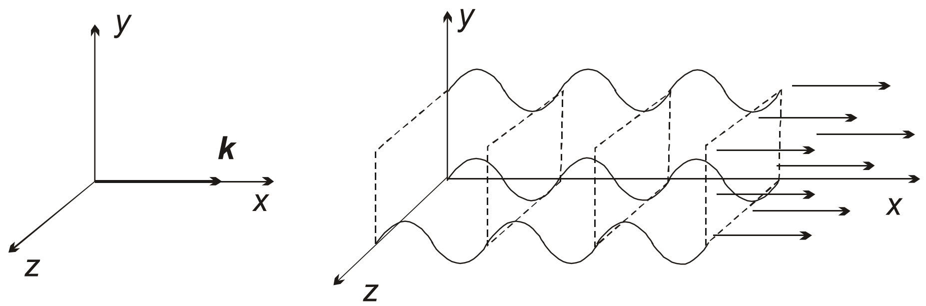
$$\vec{k}.\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z .$$

Příklad:

pro vlnový vektor $\vec{k}$ bodů ve směru osy *x* $\vec{k} = \vec{i}k_x$ a $k_y, k_z = 0$. Potom $\vec{k}.\vec{r} = k_x x$

a $\psi(\vec{r}, t) = A\sin(k_x x - \omega t)$.

Tato vlna putuje podél osy *x* (viz. obrázek, kde obdélník (čerchovanou čarou) představuje rovinu, kde je konstantní fáze. Tzn., že pokud je rovnice platná pro všechny *y* a *z* hodnoty při



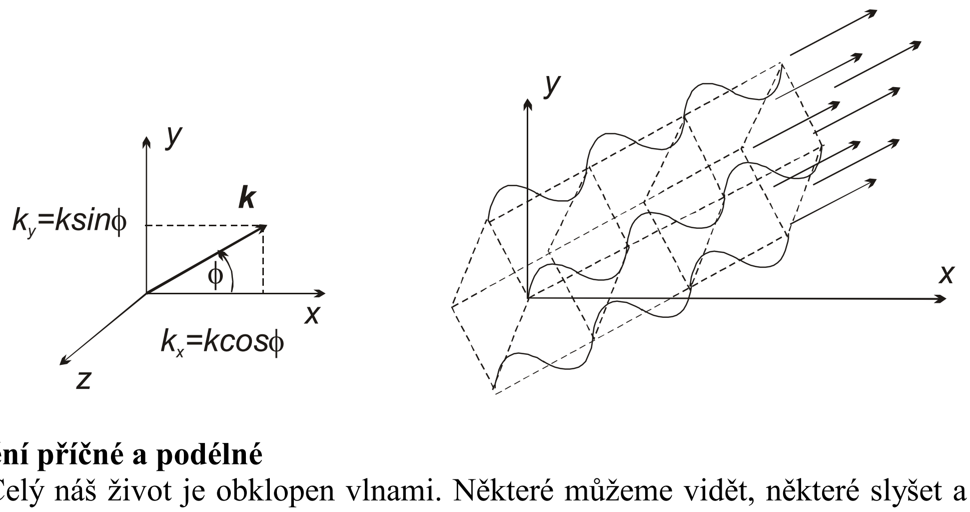
stejném *x* má rovina konstantní fázi $\theta = k_x x - \omega t$.

Podobný příklad, za předpokladu, že vlnový vektor $\vec{k}$ má směr ležící v rovině *x-y*, $\vec{k} = \vec{i}k_x + \vec{j}k_y$ a tedy $\vec{k}.\vec{r} = k_x x + k_y y$

Amplituda vlnění (okamžitý stav)

$$\psi(\vec{r}, t) = A\sin(k_x x + k_y y - \omega t).$$

Vlnění probíhá v tomto případě v rovině *x-y* podél směru daného úhlem ϕ.



4. Vlnění příčné a podélné

Celý náš život je obklopen vlnami. Některé můžeme vidět, některé slyšet a vnímat je tedy očima nebo ušima jako ***světlo*** a ***zvuk***.

Vlnění v makroskopickém světě:

- ***vlny na vodě*** – jsou produkovány větrem, loděmi v pohybu, přílivem,
- ***zvukové vlny*** – vznikají kmitáním částic prostředí, rychlým pohybem těles v určitém prostředí, zpravidla ve vzduchu,

- ***seismické vlny*** – vznikají při pohybu zemských desek, zemětřesení,
- ***vlnění strun*** – případně dalších objektů např. mostů,

Vlnění v mikroskopickém světě:

- ***částice v látce*** , která je z nich složena (elektrony, protony, neutrony, atd.) se chovají jako vlny,
- vhodně excitované atomy a molekuly produkují ***elektromagnetické vlnění*** (rádiové vlny, mikrovlny, IČ, VIS, UV, rtg, gama).

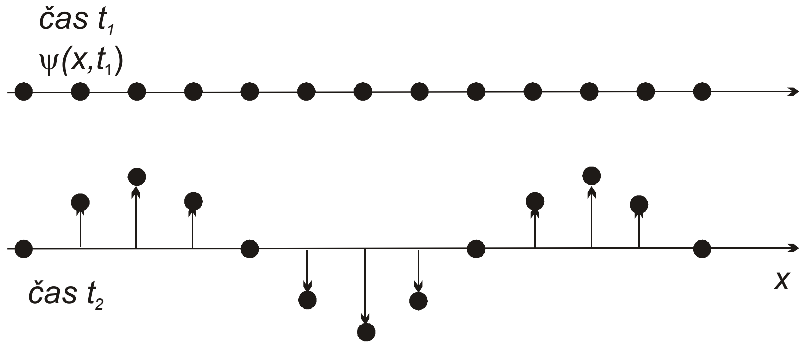
Všechny tyto vlnové fenomény mohou být popsány harmonickou vlnou.

Co je $\psi(x,t)$ pro každé vlnění?

Obecně je možné konstatovat, že průběh vlnové amplitudy ψ je dán podélným nebo příčným uspořádáním ke směru šíření.

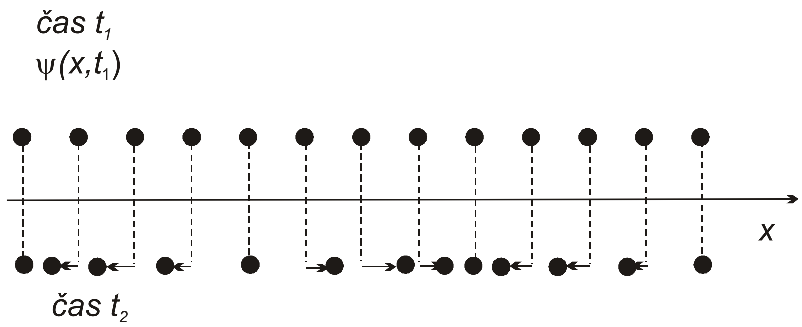
Příčné vlnění –

Příklady příčného vlnění – vlny na vodě, na struně, světlo.



Podélné vlnění –

Příklady podélného vlnění – zvukové vlny, seismické vlny, kmitání pružiny.
Na obrázku je patrné zhuštění a zředění částic ve směru šíření vlnění.



Vlnění z pohledu fyzikální optiky

Okamžitá amplituda ψ světelné vlny představuje ***pole,*** ve kterém působí elektrické a magnetické síly generované nabitými částicemi. Pole se nazývá ***elektromagnetické*** a z toho vyplývá pojem ***elektromagnetická vlna***.

Existuje analogie mezi polem elektromagnetickým a gravitačním.

5. Intenzita světelného vlnění

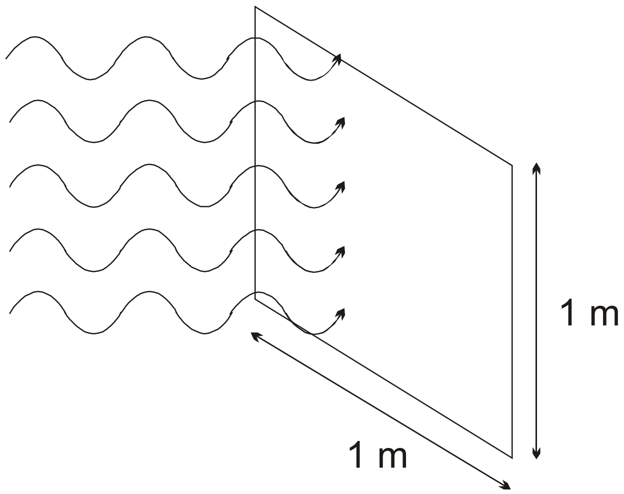
Doposud jsme vyjadřovali harmonické vlnění pojmem vlnové amplitudy. Ve skutečnosti, je výhodnější popsat schopnost vlnění přenášet energii (informaci) pomocí ***intenzity vlnění***.

Intenzita světelného vlnění:
veličina určující množství energie přenesené vlněním jednotkovou plochou za jednotku času:

$$I = \psi^2 = \frac{W}{t.S}\left(\frac{Energie}{čas.plocha}\right) = \frac{P}{S}\left[\frac{W}{m^2}\right].$$

Plocha je měřená v rovině orientované kolmo ke směru šíření.

Intenzita popsaná tímto způsobem je nazývána také jako ***okamžitá intenzita***, protože poskytuje intenzitu světelné vlny v daném místě.



K tomu by bylo třeba velmi rychlé detekce.

Frekvence vlnění $f = \dfrac{c}{\lambda_0}$,

pro $c = 3.10^8$ m/s, např. vlnová délka červeného světla $\lambda_0 = 600$ nm,

$f = 5.10^{14}$ Hz (hřeben vlny uplyne za 2.10^{-15} sekundy).

Proto je výhodnější vyjadřovat ***časovou střední hodnotu intenzity světelného vlnění.*** Všechny praktické metody detekce světla (včetně našich očí, fotografického filmu, CCD prvků, polovodičových detektorů apod. produkují signál úměrný druhé mocnině amplitudy vlny $\psi(x,t)$, nebo intenzity *I(x,t)* zprůměrované přes mnoho period času světelné vlny.

Časová střední hodnota intenzity je značena

$$\langle I \rangle = \langle \psi^2 \rangle.$$

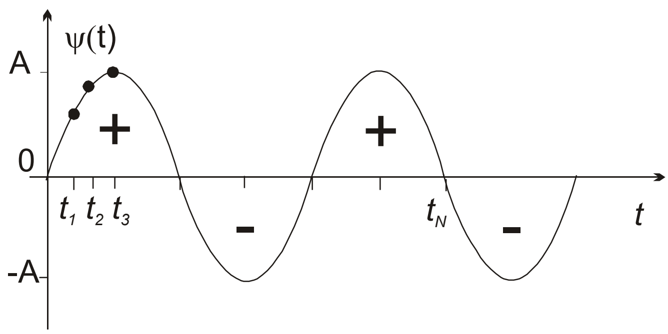
Závorky značí, že veličina uvnitř je "průměrována" v delším časovém intervalu ve srovnání s periodou světelné vlny *T = 1/f.*

Nalezení časové střední hodnoty

$$\langle \psi(x,t) \rangle = \frac{\psi(x,t_1) + \psi(x,t_2) + \psi(x,t_3) + ... + \psi(x,t_n)}{n}.$$

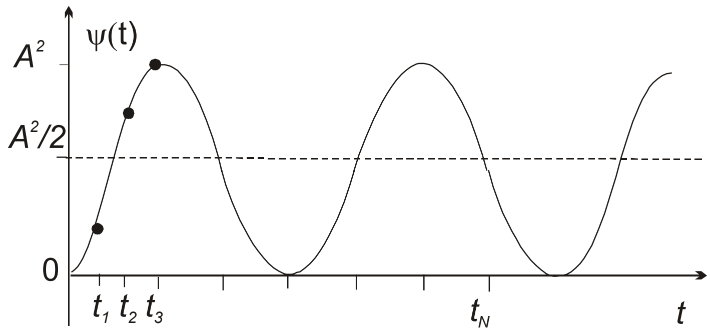
z obrázku je patrné, že každé kladné hodnotě odpovídá stejně velká záporná hodnota $\Rightarrow$ ***časová střední hodnota amplitudy harmonické vlny = 0***

$\langle \psi(x,t) \rangle = 0$.



Postupujme podobně u časové střední hodnoty intenzity

$$\langle I \rangle = \langle \psi^2(x,t) \rangle = \frac{\psi^2(x,t_1) + \psi^2(x,t_2) + \psi^2(x,t_3) + ... + \psi^2(x,t_n)}{n}.$$



Z obrázku je zřejmé, že časová střední hodnota intenzity je rovna $\frac{A^2}{2}$.

Vyjádření časové střední hodnoty intenzity harmonické vlny

$$\langle I \rangle = \langle \psi^2(x,t) = A^2 \sin^2(kx - \omega t) \rangle = \frac{A^2}{2}$$
$$\langle I \rangle = \langle \psi^2(x,t) = A^2 \cos^2(kx - \omega t) \rangle = \frac{A^2}{2}.$$

Příklad:

Časová střední hodnota intenzity rovinné vlny s amplitudou *A* je $\frac{A^2}{2}\frac{W}{m^2}$.

(pro detektor o ploše 1 m^2 dostaneme výkon 1 W).

Interference vlnění

1. Superpozice (skládání) harmonických vln

V případě, že současně existují dvě a více vlnění, celková amplituda je dána součtem jejich jednotlivých okamžitých amplitud

$$\psi(x,t) = \psi_1(x,t) + \psi_2(x,t) + \psi_3(x,t) + ...$$

Pro pochopení principu superpozice vlnění předpokládejme pro jednoduchost situaci v čase t = 0.

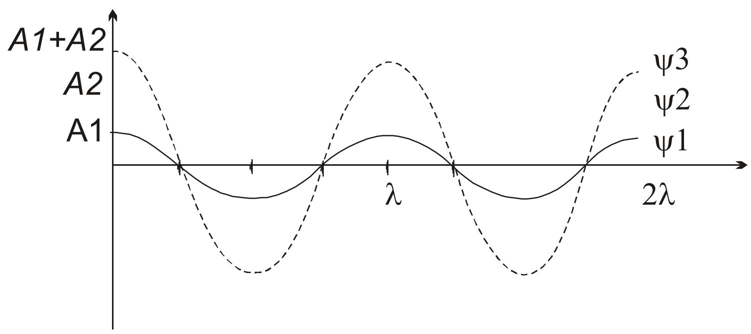
- ***Superpozice vln se stejnou vlnovou délkou***

Vlnění ve fázi – nejjednodušší případ 2 superponujících vln – případ, kdy obě vlny mají stejnou λ i počáteční fázi

$$\psi_1(x) = A_1 \cos(kx) \quad \text{a} \quad \psi_2(x) = A_2 \cos(kx)$$

$$\psi(x) = \psi_1(x) + \psi_2(x) = (A_1 + A_2)\cos(kx)$$

Graficky součet dvou vlnění ve fázi



V obecném případě 2 vlny mohou mít různou počáteční fázi – ***rozfázovaná vlnění***.

Příklad:

Předpokládejme vlnění popsaná rovnicemi

$$\psi_1(x) = A_1 \cos(kx + \phi_1) \quad \text{a} \quad \psi_2(x) = A_2 \cos(kx + \phi_2),$$

kde ϕ_1 a ϕ_2 jsou dvě různé počáteční fáze.

Potom $$\psi(x) = \psi_1(x) + \psi_2(x) = A_1 \cos(kx + \phi_1) + A_2 \cos(kx + \phi_2).$$

Tento výraz můžeme zjednodušit pomocí goniometrického vztahu

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

tedy

$$\psi(x) = A_1 \cos(kx)\cos\phi_1 - A_1 \sin(kx)\sin\phi_1 + A_2 \cos(kx)\cos\phi_2 - A_2 \sin(kx)\sin\phi_2,$$

nebo

$$\psi(x) = (A_1 \cos\phi_1 + A_2 \cos\phi_2)\cos(kx) - (A_1 \sin\phi_1 + A_2 \sin\phi_2)\sin(kx).$$

Označme si novou celkovou amplitudu A a novou celkovou fázi

$$A\cos\phi = A_1 \cos\phi_1 + A_2 \cos\phi_2 \quad \text{a} \quad A\sin\phi = A_1 \sin\phi_1 + A_2 \sin\phi_2.$$

Potom

$$\psi(x) = A\left(\cos\phi \cos(kx) - \sin\phi \sin(kx)\right),$$

nebo užitím goniometrických vztahů

$$\psi(x) = A\cos(kx + \phi) .$$

Tento vztah vypadá jednoduše, ale neznáme výslednou amplitudu
Řešení:

$$A^2 \cos^2 \phi + A^2 \sin^2 \phi = A^2\left(\cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1\right) = A^2$$

$$= (A_1 \cos\phi_1 + A_2 \cos\phi_2)^2 + (A_1 \sin\phi_1 + A_2 \sin\phi_2)^2 =$$

$$= A^2{}_1 \cos^2 \phi_1 + 2A_1A_2 \cos\phi_1 \cos\phi_2 + A_2^2 \cos^2 \phi_2 + A_1^2 \sin^2 \phi_1 + 2A_1A_2 \sin\phi_1 \cos\phi_2 + A_2^2 \sin^2 \phi_2$$

$$= A_1^2\left(\cos^2 \phi_1 + \sin^2 \phi_1\right) + 2A_1A_2\left(\cos\phi_1 \cos\phi_2 + \sin\phi_1 \sin\phi_2\right) + A_2^2\left(\cos^2 \phi_2 + \sin^2 \phi_2\right) =$$

$$= A_1^2 + 2A_1A_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) + A_2^2$$

Celková amplituda tedy je

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)} .$$

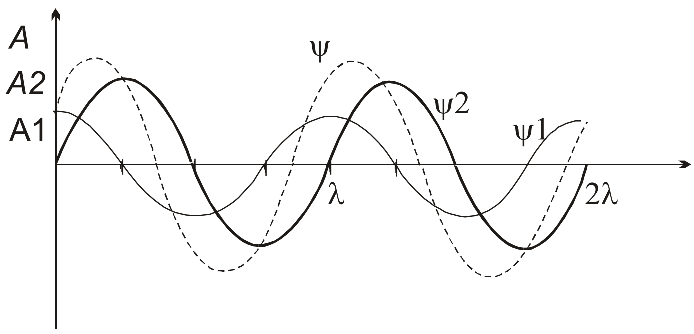
Vztah pro celkovou fázi

$$\frac{A\sin\phi}{A\cos\phi} = \tan\phi = \frac{A_1 \sin\phi_1 + A_2 \sin\phi_2}{A_1 \cos_1 + A_2 \cos\phi_2} .$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{A_1 \sin\phi_1 + A_2 \sin\phi_2}{A_1 \cos_1 + A_2 \cos\phi_2}\right).$$

Závěr:
Skládáme-li dvě libovolná vlnění, která mají stejnou vlnovou délku λ (stejné vlnové číslo), výsledné vlnění má stejnou vlnovou délku, ale novou amplitudu a fázi.

Výsledek graficky:



- Superpozice vlnění s různou vlnovou délkou

Komplikovanější než předchozí případ.
Předpokládejme 2 vlny se stejnou amplitudou a fází (při $x = t = 0$), ale různou vlnovou délkou λ_1, λ_2 (různými k_1, k_2).

$$\psi_1(x) = A\cos(k_1x) \quad \text{a} \quad \psi_2(x) = A\cos(k_2x) .$$

Potom součet

$$\psi(x) = \psi_1(x) + \psi_2(x) = A[\cos(k_1x) + \cos(k_2x)].$$

Užitím goniometrických vztahů

$$\cos\theta_1 + \cos\theta_2 = 2\cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)$$

můžeme psát

$$\psi(x) = 2A\cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2}x\right)\cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2}x\right),$$

který ukazuje, že superpozicí dvou vlnění s různou vlnovou délkou nedostaneme jednoduchou harmonickou vlnu.

Pokusme se interpretovat tento výsledek pro případ 2 vlnění s ***blízkou vlnovou délkou***

$$\lambda_1 \cong \lambda_2 \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \langle\langle \lambda_1, \lambda_2 .$$

V tomto případě

$$\frac{k_1 + k_2}{2} = \frac{2\pi}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right) = \frac{2\pi}{2}\left(\frac{\lambda_2 + \lambda_1}{\lambda_1\lambda_2}\right) \cong \frac{2\pi}{2}\frac{2\lambda_1}{\lambda_1^2} = \frac{2\pi}{\lambda_1}$$

a

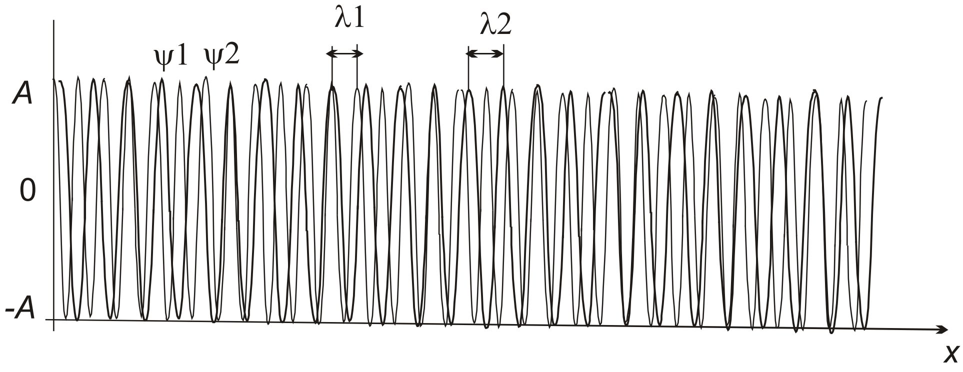
$$\frac{k_1 - k_2}{2} = \frac{2\pi}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = \frac{2\pi}{2}\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1\lambda_2}\right) \cong \frac{2\pi}{2}\frac{\Delta\lambda}{\lambda_1^2} = \frac{2\pi}{\lambda_1}\frac{\Delta\lambda}{2\lambda_1} = \frac{2\pi}{\Lambda},$$

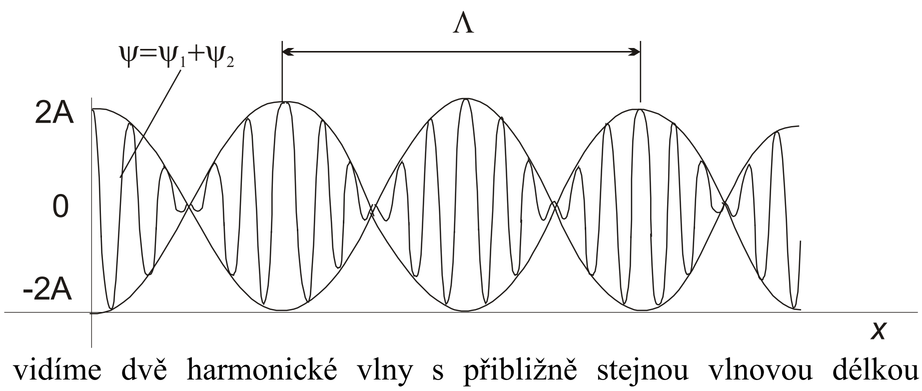
$$\Lambda = \left(\frac{2\lambda_1}{\Delta\lambda}\right).\lambda_1 .$$

Nová vlnová délka (perioda) "rázů" je delší než jednotlivé vlnové délky $\Lambda\rangle\rangle\lambda_1, \lambda_2$.
Na základě tohoto závěru můžeme psát

$$\psi(x) \cong 2A\cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}x\right).$$

V tomto vyjádření představuje první *cos* faktor ***pomalu se měnící vlnovou amplitudu***, zatímco druhý *cos* faktor je spojen s ***rychle se měnícím harmonickým vlněním***, které je blízké oběma výchozím vlněním .





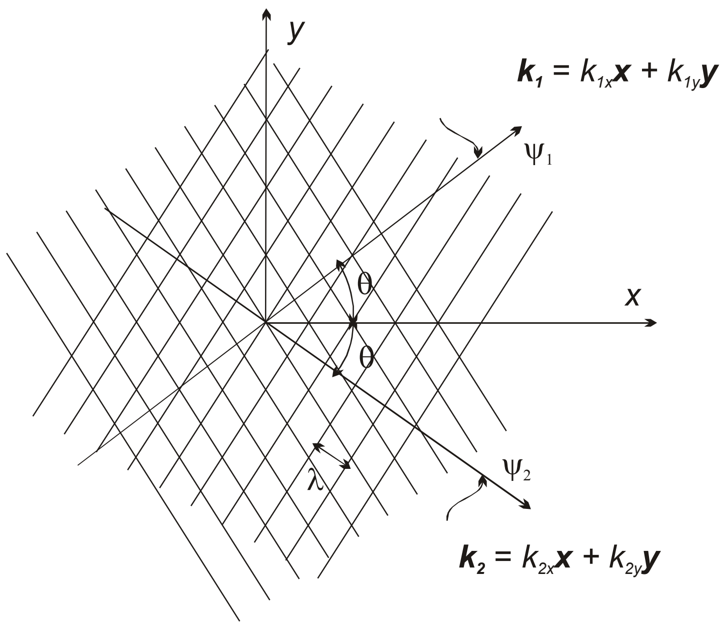
Na obrázku vidíme dvě harmonické vlny s přibližně stejnou vlnovou délkou a jejich superpozici.

2. Interference 2 rovinných světelných vlnění

V této části ukážeme vznik ***interferenčních proužků*** při skládání dvou rovinných světelných vln.
Předpokládejme 2 rovinné vlnění popsané amplitudami

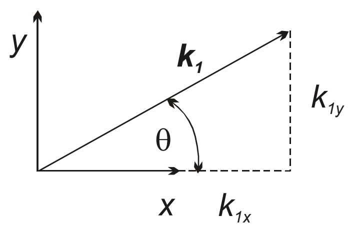
$$\psi_1(x,y,t) = A_1 \cos\left(k_{1x}x + k_{1y}y - \omega t\right) = A_1 \cos\left(\vec{k}_1.\vec{r} - \omega t\right),$$
$$\psi_2(x,y,t) = A_2 \cos\left(k_{2x}x + k_{2y}y - \omega t\right) = A_2 \cos\left(\vec{k}_2.\vec{r} - \omega t\right).$$

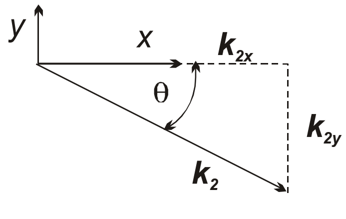
Obě vlnění znázorněná na obrázku by mohla vypadat asi takto



Složky vlnového čísla

$$k_{1x} = k_1 \cos\theta; k_{1y} = k_1 \sin\theta,$$
$$k_{2x} = k_2 \cos\theta; k_{2y} = -k_2 \sin\theta.$$





Mají-li vlnění stejné vlnové délky, potom

$$k_1 = k_2 = k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Výsledná amplituda ψ je dána superpozicí

$$\psi(x,y,t) = \psi_1 + \psi_2 = A_1 \cos(\vec{k}_1.\vec{r} - \omega t) + A_2 \cos\left(\vec{k}_2.\vec{r} - \omega t\right)$$

a časová střední hodnota intenzity

$$\left\langle I \right\rangle = \left\langle \psi^2(x,y,t) \right\rangle = \left\langle \left[\left(A_1 \cos(\vec{k}_1.\vec{r} - \omega t\right) + \left(A_2 \cos(\vec{k}_2.\vec{r} - \omega t\right)\right]^2 \right\rangle =$$

$$= \left\langle A_1^2 \cos^2\left(\vec{k}_1.\vec{r} - \omega t\right)\right\rangle + \left\langle A_2^2 \cos^2\left(\vec{k}_2.\vec{r} - \omega t\right)\right\rangle + \left\langle 2A_1A_2 \cos\left(\vec{k}_1.\vec{r} - \omega t\right)\cos\left(\vec{k}_2.\vec{r} - \omega t\right)\right\rangle.$$

Podívejme se pečlivě na každý člen předchozího výrazu.

První dva členy jsou prosté časové střední hodnoty jednotlivých samostatných intenzit $\left\langle A_1^2 \cos^2\left(\vec{k}_1.\vec{r} - \omega t\right)\right\rangle = \frac{A_1^2}{2} = \left\langle I_1 \right\rangle; \left\langle A_2^2 \cos^2\left(\vec{k}_2.\vec{r} - \omega t\right)\right\rangle = \frac{A_2^2}{2} = \left\langle I_2 \right\rangle$.

Třetí člen můžeme zjednodušit užitím goniometrických vztahů

$$\cos\theta_1 \cos\theta_2 = \frac{1}{2}\cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{2}\cos(\theta_1 + \theta_2)$$

Takže

$$\left\langle 2A_1A_2 \cos\left(\vec{k}_1.\vec{r} - \omega t\right)\cos\left(\vec{k}_2.\vec{r} - \omega t\right)\right\rangle = \left\langle A_1A_2 \cos\left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2\right)\vec{r}\right\rangle + \\ + \left\langle A_1A_2 \cos\left(\vec{k}_1 + \vec{k}_2\right)\vec{r} - 2\omega t\right\rangle.$$

Připomeňme naše znalosti o časové střední hodnotě.

První člen na pravé straně rovnice nezávisí na čase, a proto jeho průměrná hodnota je rovna hodnotě v závorce. Druhý člen představuje jednoduchou harmonickou funkci času a proto jeho průměrná hodnota v delším časovém intervalu je rovna 0.

Tedy

$$\left\langle 2A_1A_2 \cos\left(\vec{k}_1.\vec{r} - \omega t\right)\cos\left(\vec{k}_2.\vec{r} - \omega t\right)\right\rangle = \left\langle A_1A_2 \cos\left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2\right)\vec{r}\right\rangle.$$

Použitím všech stávajících závěrů můžeme pro ***časovou střední hodnotu spojenou s interferencí dvou rovinných vln světla*** psát

$$\left\langle I \right\rangle = \left\langle I_1 \right\rangle + \left\langle I_2 \right\rangle + 2\sqrt{\left\langle I_1 \right\rangle\left\langle I_2 \right\rangle}\cos\left((\vec{k}_1 + \vec{k}_2).\vec{r}\right).$$

Pro náš případ znázorněný dříve

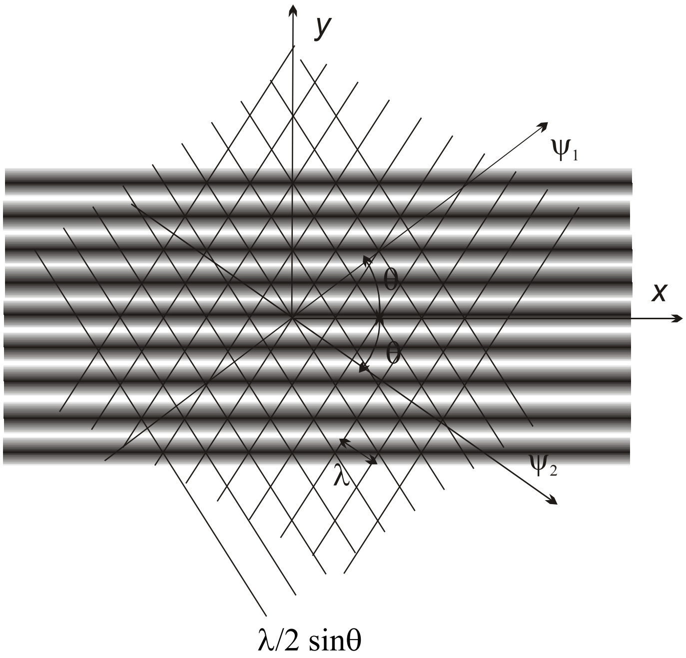
$$\left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2\right)\vec{r} = \vec{k}_1.\vec{r} - \vec{k}_2.\vec{r} = k_{1x}x + k_{1y}y - k_{2x}x + k_{2y}y = k\left(x\cos\theta + y\sin\theta - x\cos\theta - (-y\sin\theta)\right)$$

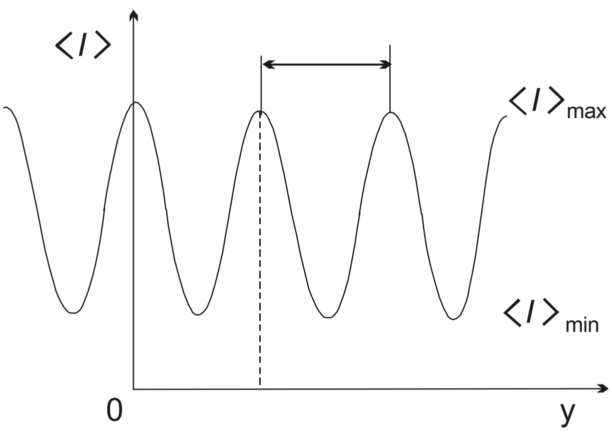
nebo $\left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2\right)\vec{r} = 2k\sin\theta y$.

Je třeba upozornit, že obraz rozložení intenzity v obraze nezávisí na pozici *x*. Vzniklé stopy, ***interferenční proužky*** jsou rovnoběžné se směrem *x* a prostorově se mění ve směru osy *y*.

Zvolíme-li pevnou hodnotu *x* a detailněji budeme sledovat změnu intenzity ve směru *y*, uvidíme sinusový průběh intenzity.

vzdálenost sousedních proužků je $y = \frac{\pi}{k\sin\theta} = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$.





Kontrast proužků

definován jako poměr intenzity píku k intenzitě minima. Kontrast kolísá od 0 do 1

$$K = \frac{\langle I\rangle_{\max} - \langle I\rangle_{\min}}{\langle I\rangle_{\max} + \langle I\rangle_{\min}}.$$

Pro případ 2 vlnění z předchozí části je intenzita maximální jestliže cos = 1, minimální jestliže cos = – 1.

Tedy

$$\langle I\rangle_{\max} = \langle I_1\rangle + \langle I_2\rangle + 2\sqrt{\langle I_1\rangle\langle I_2\rangle}$$

a

$$\langle I\rangle_{\min} = \langle I_1\rangle + \langle I_2\rangle - 2\sqrt{\langle I_1\rangle\langle I_2\rangle}.$$

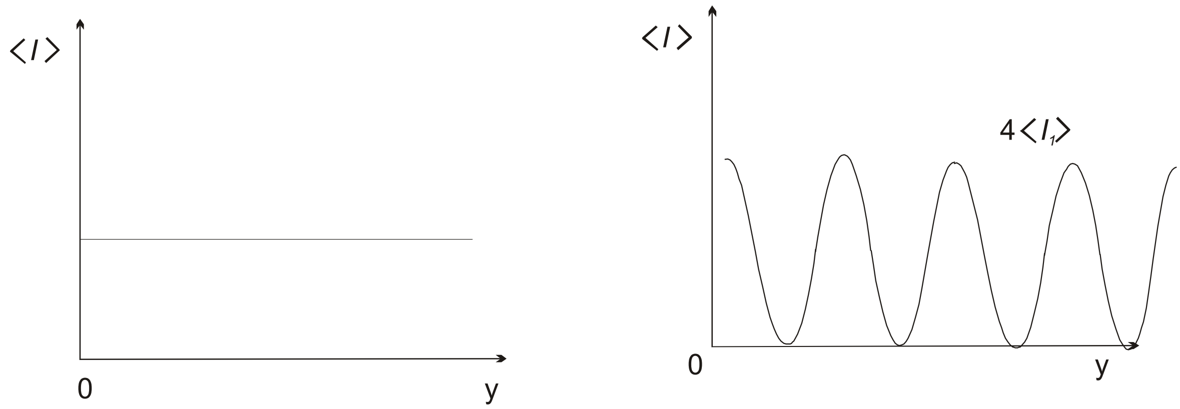
Kontrast potom po dosazení maximální a minimální intenzity

$$K = \frac{2\sqrt{\langle I_1\rangle\langle I_2\rangle}}{\langle I_1\rangle + \langle I_2\rangle}.$$

Rozbor:

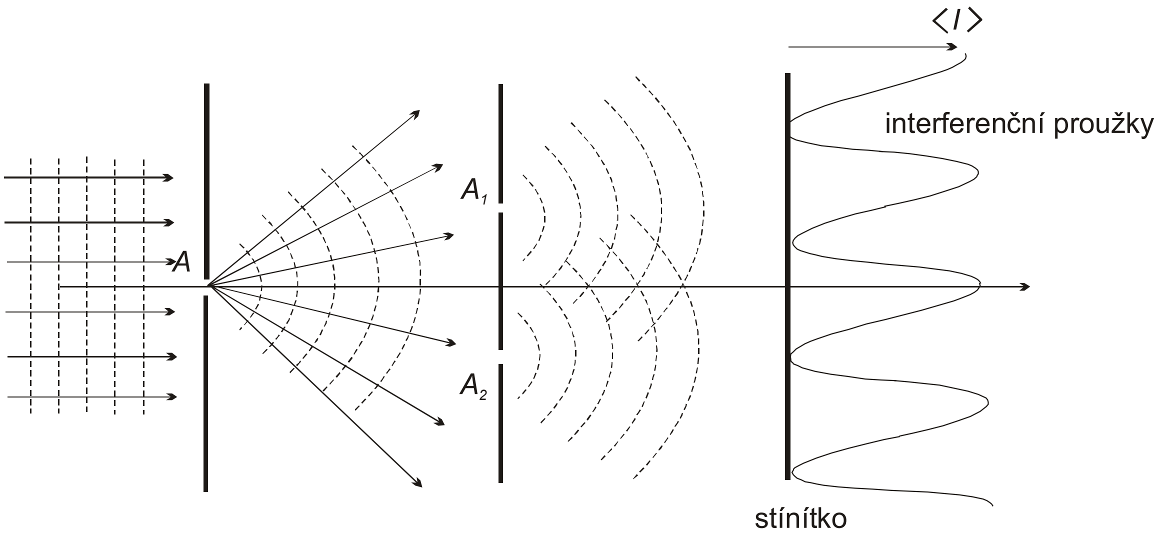
Jestliže $\langle I_1\rangle = 0$ nebo $\langle I_2\rangle = 0 \Rightarrow \langle I\rangle_{\max} = \langle I\rangle_{\min} \Rightarrow K = 0$,

je-li $\langle I_1\rangle = \langle I_2\rangle \Rightarrow \langle I\rangle_{\min} = 0 \Rightarrow K = 1$.



Oba extrémní případy jsou znázorněny na obrázku.

3. Youngův pokus (interference vlnění na dvou štěrbinách)

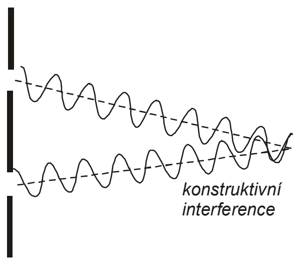


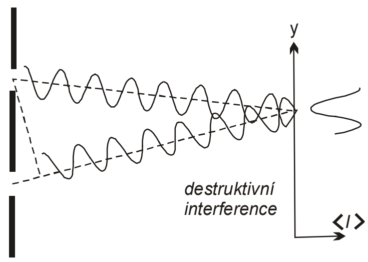
Youngův pokus má historický význam, protože prokázal vlnovou povahu světla. Význam pro optiku je však více než historický, protože je možné na něm ukázat ***interferenci, difrakci a koherenci světla.***

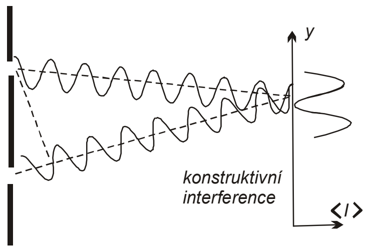
Uspořádání experimentu je patrné z obrázku:

- Bodový zdroj světla osvětluje dvě úzké štěrbiny na neprůhledném stínítku a výsledek interference je vidět na stínítku.
- První apertura A zajišťuje, že světelná vlnění přicházející na apertury A_1 a A_2 mají stejnou (blízkou) fázi. Tento vzájemný vztah fází obou vlnění se nazývá ***koherence*** (stupeň koherence).
- Skutečnost, že světlo z bodového zdroje (malého otvoru) se rozšiřuje do okolí je dáno ***difrakcí světla***).
- Dvě velmi úzké štěrbiny A_1 a A_2 (produkující cylindrickou vlnu) vytvoří ***interferencí*** na stínítku proužky.

Mezi světlými proužky (maxima intenzity) jsou tmavé oblasti (minimum intenzity). Interferenční maximum, tzv. ***konstruktivní interference*** a interferenční minimum tzv. ***destruktivní interference*** závisí na fázovém rozdílu obou vlnění.







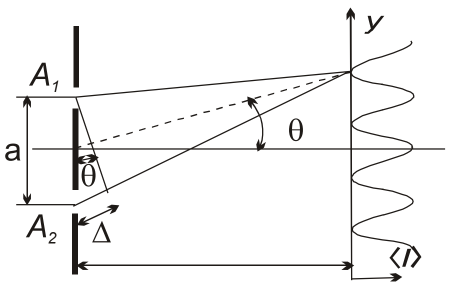
Při interferenci dvou vlnění, každý proužek ve výsledném obrazci odpovídá násobku dráhového rozdílu mezi dvěma vlněními.

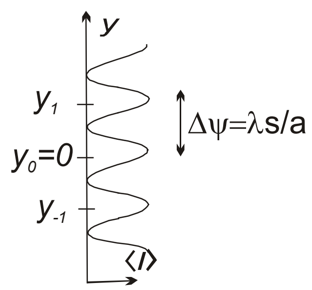
Podmínka vzniku interferenčního maxima (konstruktivní) interference

$$A_1P - A_2P \equiv \Delta = m\lambda \ \ \text{(m – celé číslo)}$$

Podmínka vzniku interferenčního minima (destruktivní) interference

$$A_1P - A_2P \equiv \Delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \,.$$





Při velké vzdálenosti stínítka od štěrbin ($s \rangle\rangle a$), potom $\Delta \cong a \sin\theta$,

navíc pro malé úhly můžeme položit $\sin\theta \cong \tan\theta \cong \dfrac{y}{s}$.

S použitím těchto závěrů najdeme polohu interferenčních maxim (světlé proužky)

$$y_m \cong m\frac{\lambda s}{a}\,,$$

vzdálenost maxim

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m \cong \frac{\lambda s}{a} \ .$$

Interference na tenkých vrstvách

1. Odraz a průchod světelného vlnění na rozhraní dvou prostředí

Pro stanovení množství prošlého a odraženého světla na rozhraní mezi dvěma materiály s různými indexy lomu, musíme světlo brát jako polarizovanou elektromagnetickou vlnu.

Pro jednoduchost mohou být některé užitečné výsledky odvozeny od případu jednoduché harmonické vlny.

Předpokládejme světelné vlnění s amplitudou ψ_i, které dopadá na rovinné rozhraní. Amplitudu odraženého vlnění označme ψ_r a amplitudu prošlého vlnění v látce o indexu lomu n' označme ψ_t.

Koeficient odrazivosti

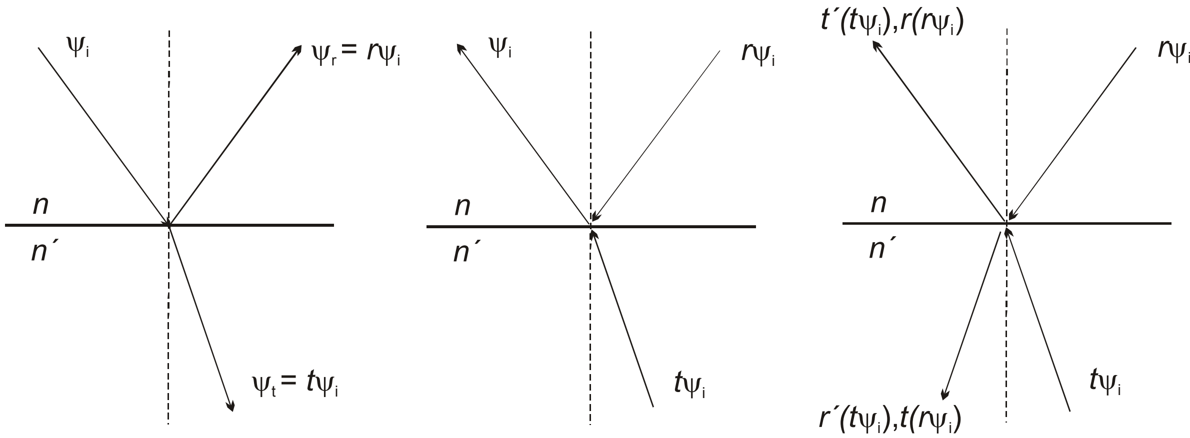
$$r \equiv \frac{\psi_r}{\psi_i} ,$$

koeficient propustnosti

$$t \equiv \frac{\psi_t}{\psi_i} .$$

r´, t´ – odpovídající koeficienty odrazivosti a propustnosti vlnění v látce.

Dopadající, odražené a propuštěné vlnění může být nahrazeno paprsky, jak je patrné na obrázcích.



Analogie při změně směru – zjistíme, kolik světla se šíří z opačné strany.

Obecně platí, že 2 paprsky dopadající z jedné i druhé strany produkují odražené a prošlé paprsky.

Musí platit

$$\psi_i = t' t \psi_i + r^2 \psi_i \quad \text{a} \quad 0 = r' t \psi_i + t r \psi_i .$$

vydělením obou vztahů ψ_i získáme ***Stokesovy vztahy*** určující souvislost mezi koeficientem odrazu a propustnosti světelného vlnění na rozhraní dvou dielektrik.

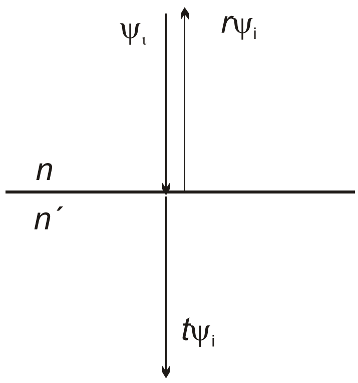
$$tt' = 1 - r^2 \qquad \text{a} \qquad r' = -r .$$

Druhý vztah vyjadřuje – prochází-li světlo rozhraním v jednom směru, je odraženo stejné množství světla, prochází-li světlo směrem opačným.

Kolik světla je odraženo a propuštěno pro dané hodnoty n a n´?

Uvažujme případ kolmého dopadu světla

$$r = \frac{n - n'}{n + n'} \qquad \text{a} \quad t = \frac{2n}{n + n'}$$



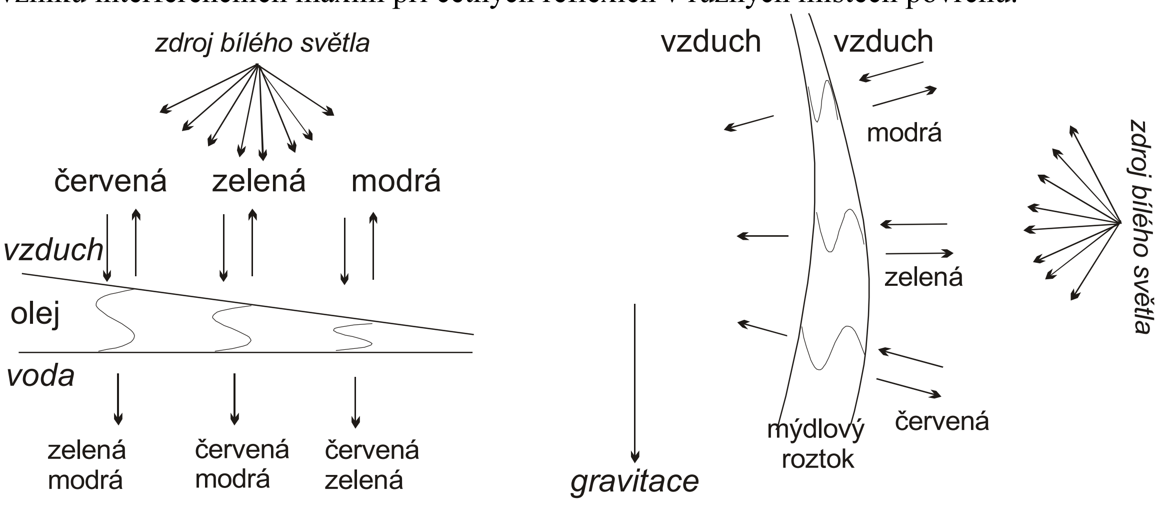
Diskuse:

Jestliže $n > n'$ potom $r > 0$,

je-li $n < n'$ potom $r < 0$ (koresponduje se Stokesovým zákonem $r' = -r$).

Proč na olejové skvrně a mýdlové bublině najdeme barevné spektrum?

Vysvětlení: mění se tloušťka vrstvy oleje (mýdlové bubliny) a různé vlnové délky vedou ke vzniku interferenčních maxim při četných reflexích v různých místech povrchu.



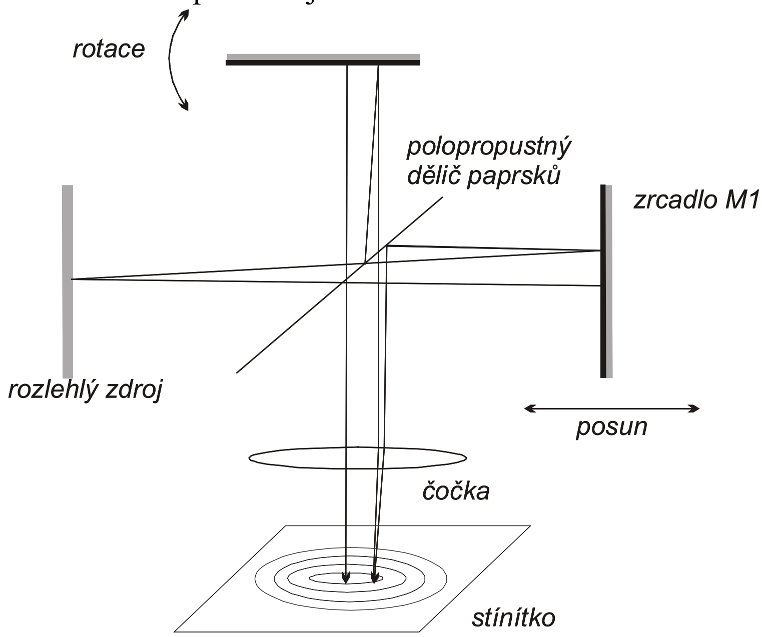
Interferometry

1. Michelsonův interferometr

Optické interferometry jsou kombinací částečně a plně odrazných zrcadel a čoček, které formují výsledný obraz interferenčních obrazů.

Pomocí interferometrů můžeme měřit:

- vlastnosti optických prvků, které vkládáme do interferometrů (nebo jsou samy jejich součástí),
- vlnové vlastnosti světla procházejícího interferometrem.



Pravděpodobně nejznámější interferometr je ***Michelsonův interferometr*** (1881).

Použití MI:

- poskytl experimentální ověření speciální teorie relativity,
- přispěl k objevu hyperjemné struktury energetických hladin atomů,
- změřil přílivové efekty Měsíce na Zemi,
- umožnil užití vlnové délky jako mezinárodního standardu metru.

Uspořádání MI:

- osvětlení rozlehlým zdrojem,
- polopropustné zrcadlo,
- dvě odrazná zrcadla,
- čočka fokusující obraz na stínítko.

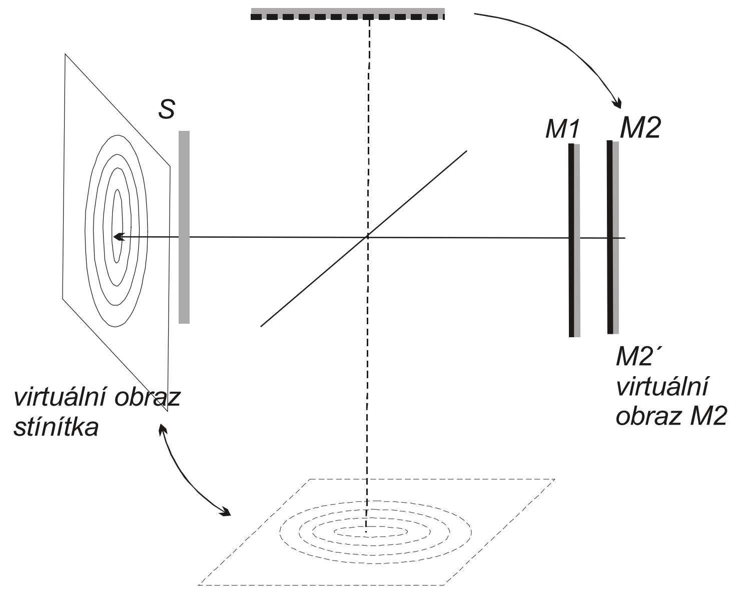
Interference v MI je analogií interference v tenké vrstvě. K této analogii dospějeme, pokud si představíme zrcadla uspořádaná na jedné optické ose, jak je to znázorněno na obrázku. Tloušťka vrstvy mezi zrcadly – T.

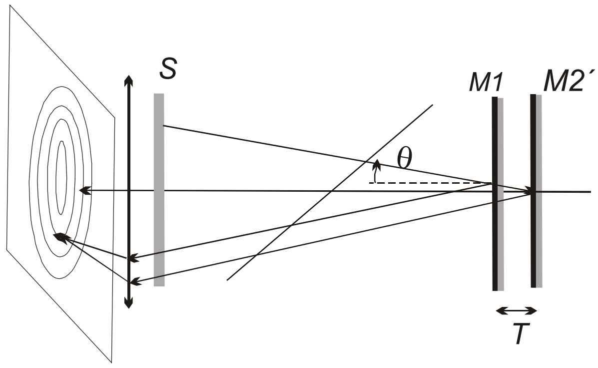
Podmínka pro vznik interferenčního maxima

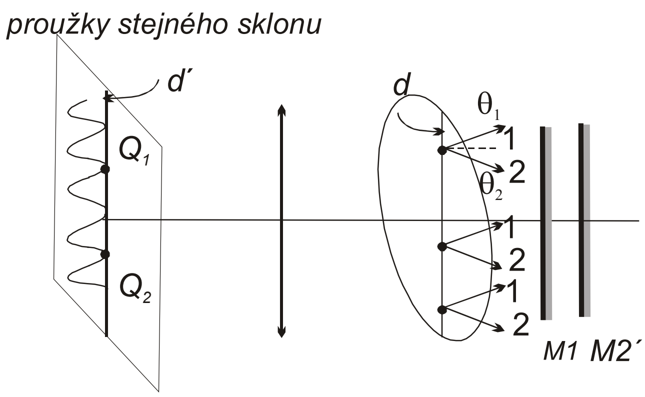
$$m\lambda_0 = 2T\cos\theta \ .$$

Ve standardním MI pozorujeme na stínítku interferenční kroužky. ***Proč***?

Vysvětlení – z obrázku vidíme, že podél libovolné přímky (průměru) d na rozlehlém zdroji S, světlo, které vychází z libovolného bodu pod úhlem θ_i dopadne do bodu Q_i na stínítku a všechny body Q_i leží na přímce d'. Vzhledem k rotační symetrii tohoto uspořádání získáme body rozložené na soustředných kružnicích.

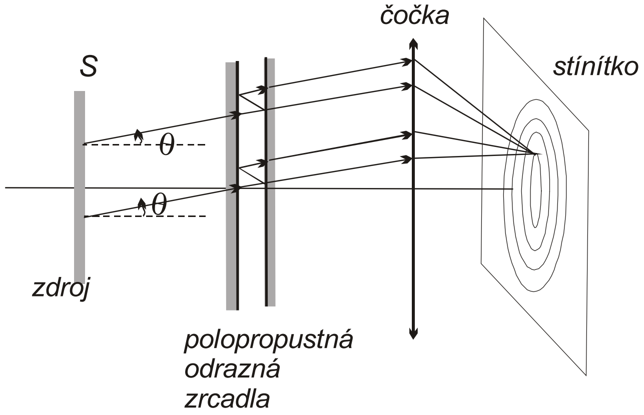






2. Fabry–Perotův interferometr

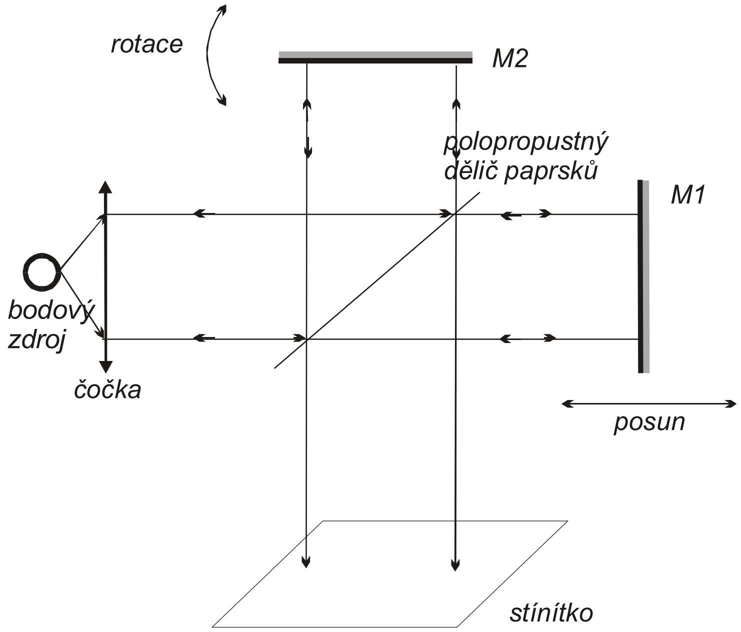
Tento interferometr je právě jednoduchou formou složeného MI. Rozdíl je v tom, že ve FPI pozorujeme interferenční záznam vytvořený světlem procházejícím přes dvě polopropustná zrcadla.



3. Twyman–Greenův interferometr

Tento interferometr má nepatrně odlišnou konfiguraci od MI v tom, že oproti rozlehlému zdroji používá ***kolimované světlo*** z bodového zdroje.

Jsou-li zrcadla M_1, M_2, postavená kolmo vůči sobě, dělič paprsků postavený v úhlu 45° zajišťuje interferenci podobné interferenci v tenké vrstvě.



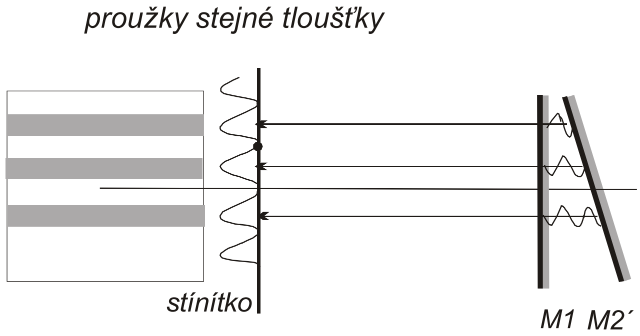
Podmínka pro vznik interferenčního maxima

$$T = m\frac{\lambda_0}{2},$$

kde T je dráhový rozdíl mezi oběma větvemi interferometru, zajištěný např. posunem zrcadla $M1$.

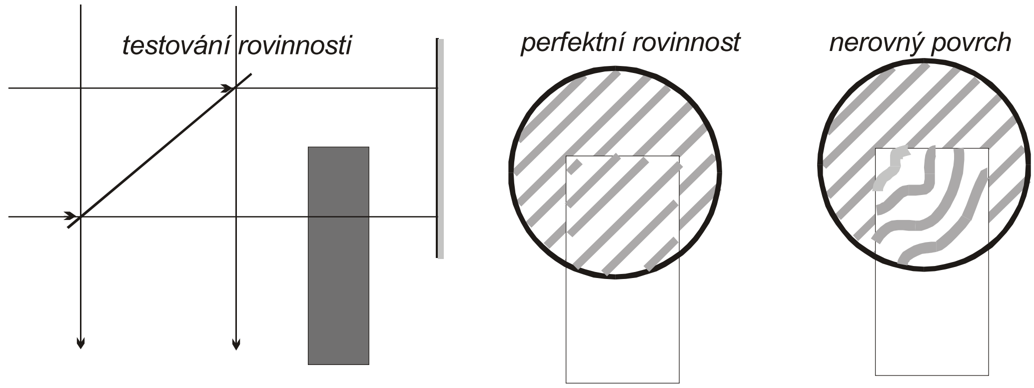
Podmínka vzniku interferenčního minima

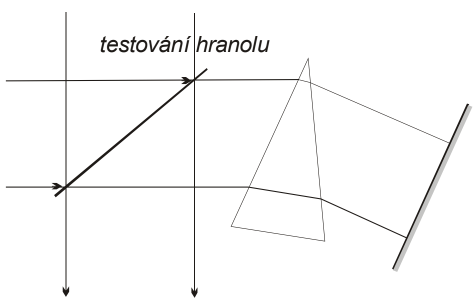
Otáčíme-li jedním zrcadlem ($M2$), potom na stínítku vidíme ***proužky stejné tloušťky*** v případě, že úhel dopadu je konstantní (analogie interference kolimovaného světla v tenké vrstvě s proměnou tloušťkou).

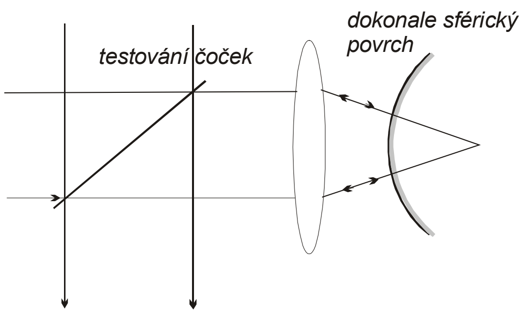


Použití TGI:

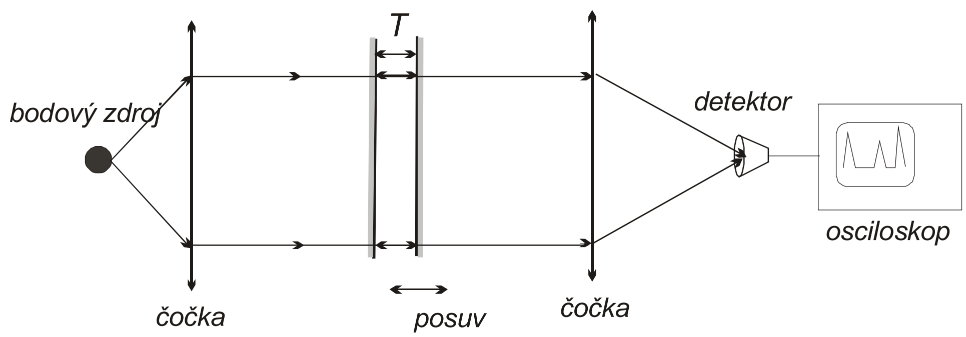
- testování prvků optických soustav, zejména čoček, rovinných i sférických zrcadel, děličů svazků, hranolů a planparalelních ploch. Pro dosažení interferenčních proužků je jedno ze zrcadel zpravidla skloněno.







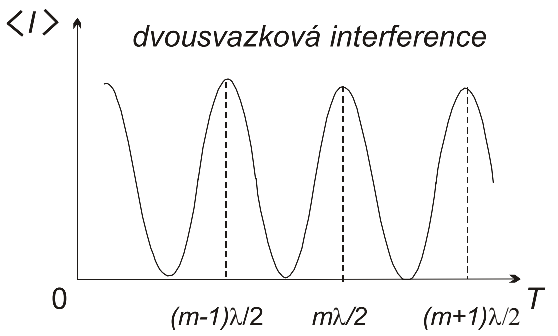
4. Skenovací Fabry–Perotův interferometr.

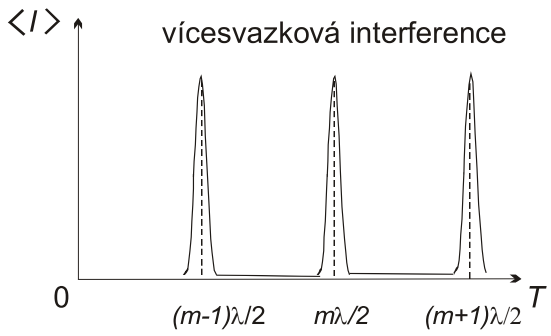


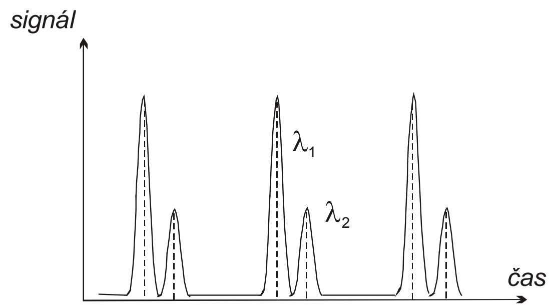
Jedná se o složený TGI (kolimovaná verze FPI). Obvykle se SFPI používá k měření spekter (závislost intenzity na frekvenci případně vlnové délce) způsobem, kdy je skenována mezera T mezi dvěma polopropustnými, odraznými zrcadly.

Při dosažení $T = m\dfrac{\lambda_0}{2}$ (podmínka vzniku interferenčního maxima), detektor zaznamená zvýšení signálu. Můžeme zaznamenat následující průběh. Protože mezi odraznými polopropustnými vrstvami dochází k vícenásobnému odrazu, jsou píky ostřejší než v případě dvousvazkové interference.

V případě, že zdroj není monochromatický, získáme ve spektru píky zdvojené (ztrojené..), které příslušejí multichromatickému zdroji.







5. Mach–Zehnderův interferometr

Kombinace Michelsonova a Twyman-Greenova interferometru.

Přednosti:

- Jednosvazkový průchod světla přes testovaný objekt,
- snadný a současný přístup do obou výstupních svazků paprsků.

Difrakce světla

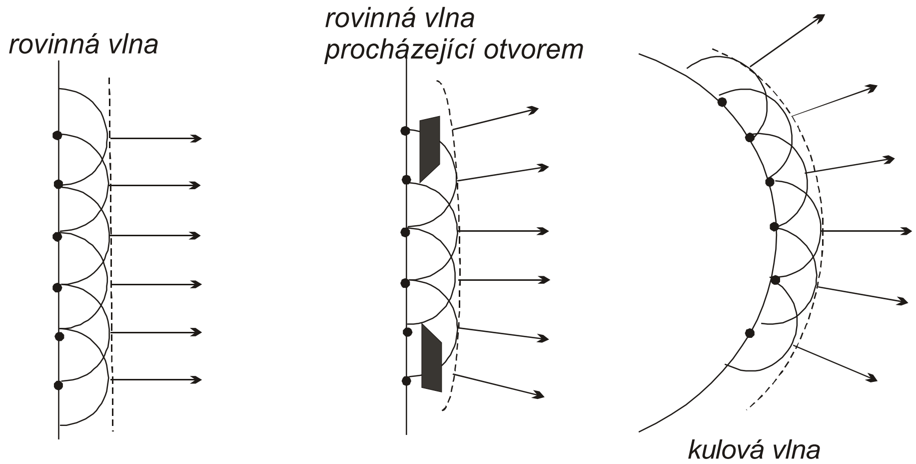
1. Huygens–Fresnelův princip

Jednoduchý výklad – difrakce je snaha vlnění, které vychází ze zdroje a prochází aperturou konečné velikosti, ***odchýlit se od původního směru***.

Narozdíl od interference, ke které dochází mezi dvěma (a více) oddělenými, diskrétními vlněními, je difrakce výsledkem interference nekonečného počtu vlnění emitovaných souvisle rozdělenými bodovými zdroji.

Huygensův princip – každý bod na vlnoploše je zdrojem sekundárního elementárního vlnění s kulovou vlnoplochou.

Fresnelův princip – jakýkoliv bod *M* vlnoplochy lze považovat za zdroj, jehož amplituda a fáze jsou přesně rovny amplitudě a fázi kmitu vyvolaného v bodě *M* zdrojem *S*.

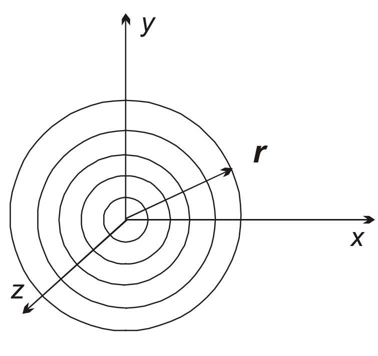


Způsob chápání jevu difrakce je založen na popisu kulových vln (nevidíme je očima). Představa je taková, že vlna se pohybuje podél poloměru koule spíše než podél pevného směru (*x,y,* nebo *z*).

Jelikož kdekoliv v prostoru je vlnový vektor paralelní s polohovým vektorem ($\vec{k} \| \vec{r}$), bude skalární součin vektorů

$$\vec{k}.\vec{r} = k.r\,,$$

kde k je vlnové číslo a
r je velikost polohového vektoru v radiálním směru.



Vlnoplocha narůstá podle $4\pi r^2$, ale výkon emitovaný zdrojem uprostřed je konstantní oproti intenzitě, která klesá podle $\frac{1}{r^2}$.

Protože $I = \psi^2$, potom amplituda bude úměrná $\frac{1}{r}$.

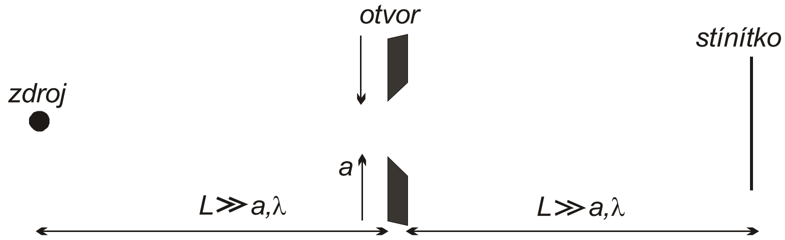
Matematický popis kulové vlny

$$\psi(r) = \frac{A}{r}\cos(kr - \omega t)\ .$$

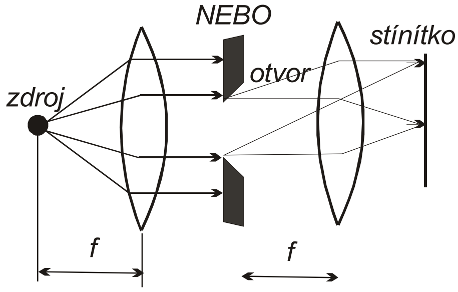
2. Fraunhoferův (vzdálený) vs. Fresnelův (blízký) ohyb

Fraunhoferův ohyb

V tomto případě čelo vlnoplochy je v podstatě rovina (podobně jako na apertuře otvoru) tak na stínítku. Matematický popis je jednodušší, ale platný jen v případě, kdy zdroj, apertura i stínítko jsou vůči sobě velmi vzdáleny.

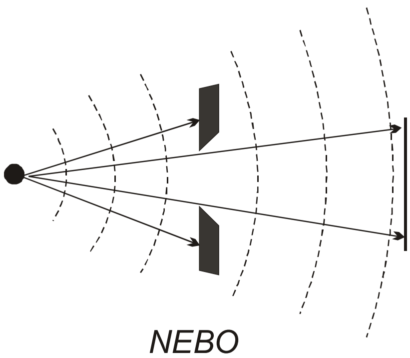


NEBO

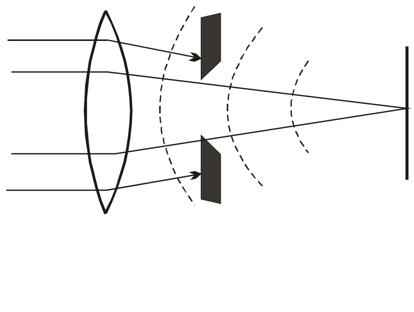


Fresnelův ohyb

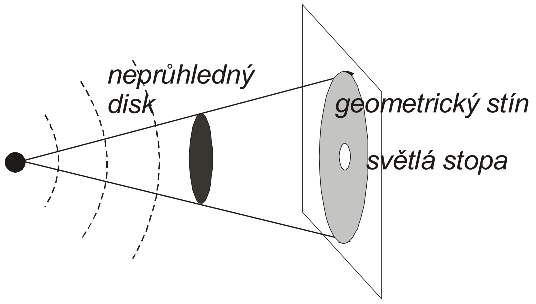
tento předpokládá kulové vlnoplochy jak na apertuře, tak i na stínítku. Matematické řešení je komplikované, ale přesnější a vhodnější pro blízké vzdálenosti apertury a stínítka.



NEBO

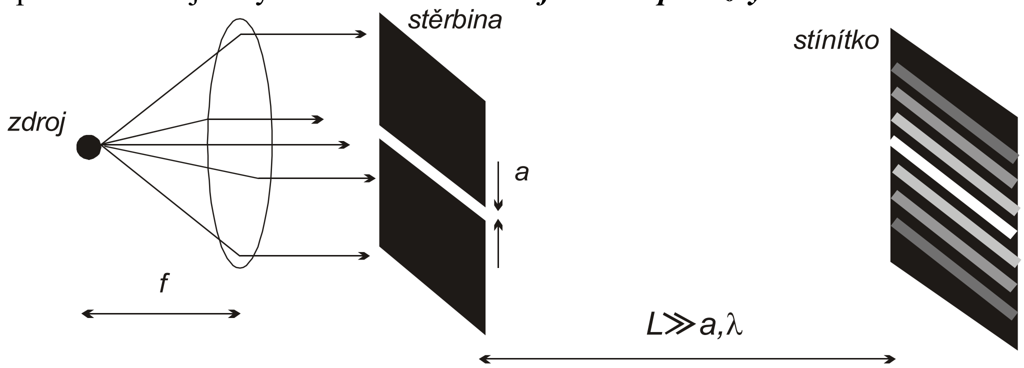


Historický příklad Fresnelova ohybu je Poissonova stopa.

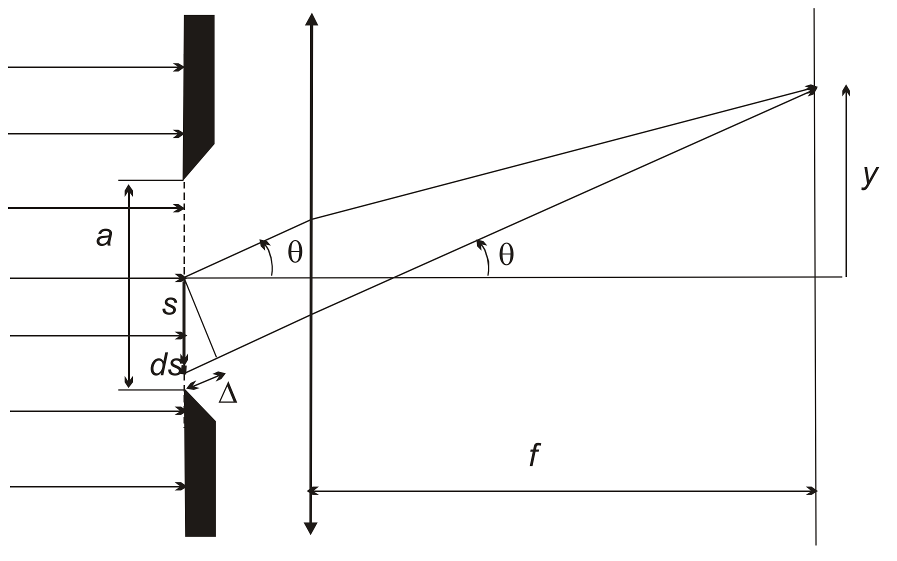


3. Difrakce světla na úzké štěrbině (Fraunhoferův ohyb)

Prochází-li kolimované světlo přes štěrbinu, šíří se především v přímém směru a rovněž nastává difrakce, kdy se odklání od původního směru. Příslušné difraktované paprsky spolu interferují a vytváří na stínítku ***interferenční proužky***.



Matematický popis děje:



Podle Huygens–Fresnelova principu, celková amplituda vlnění v bodě na pozici y na stínítku, je dána superpozicí vlnění pocházejících z nekonečného počtu infinitezimálně malých bodových zdrojů v oblasti apertury. Můžeme si představit, že každý bod s na vlnoploše uvnitř otvoru (kde $-\frac{a}{2} \le s \le \frac{a}{2}$) je zdrojem kulové vlnoplochy s amplitudou $A_s ds$ (A_s je amplituda a ds je šířka infinitezimálního bodového zdroje).

Jestliže r_0 je vzdálenost od bodu $s = 0$ na optické ose do bodu y na stínítku, potom příspěvek $d\psi$ k celkové amplitudě na stínítku z bodu $s = 0$ je

$$d\psi(y) = \frac{A_S ds}{r_0}\cos(kr_0 - \omega t).$$

Pro mimoosový bod ($s \neq 0$) je vzdálenost r_0 (delší nebo kratší) ovlivněna dráhovým rozdílem Δ

$$d\psi(y) = \frac{A_S ds}{r_0 + \Delta}\cos\left(k\left(r_0 + \Delta\right) - \omega t\right).$$

Výslednou amplitudu $\psi(y)$ nalezneme integrací jako součet všech příspěvků z každého bodu s velikostí ds

$$\psi(y) = d\psi_1 + d\psi_2 + d\psi_3 + ... = \int d\psi(y) = \int_{s=-a/2}^{s=a/2} \frac{A_S}{r_0 + \Delta(s)}\cos\left(k\left(r_0 + \Delta(s)\right) - \omega t\right)ds$$

Z obrázku

$$\Delta(s) = s\sin\theta.$$

Protože $\Delta \langle\langle r_0$ můžeme první člen v integrandu upravit

$$\frac{1}{r_0 + \Delta} \cong \frac{1}{r_0}.$$

Člen s kosinem upravíme

$$\cos\left[k\left(r_0 + \Delta\right) - \omega t\right] = \cos\left(kr_0 - \omega t\right)\cos\left(k\Delta\right) - \sin\left(kr_0 - \omega t\right)\sin\left(k\Delta\right).$$

Pokud $k\Delta \approx 2\pi$, nebo $\Delta \approx \lambda$ (bez ohledu jak velký je Δ ve vztahu k r_0), potom vliv kosinového členu je stejný jako r_0. Užitím těchto závěrů můžeme přepsat integrál

$$\psi(y) \cong \frac{A_S}{r_0}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cos\left[k\left(r_0 + s\sin\theta\right) - \omega t\right]ds = \frac{A_S}{r_0}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cos\left[(k\sin\theta)s + \left(kr_0 - \omega t\right)\right]ds.$$

Poznámka:

použijeme pravidla pro derivaci a integraci goniometrických funkcí

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{a}\sin\left(ax + b\right)\right] = \cos(ax + b),$$

a $$\int \cos(ax + b)dx = \frac{1}{a}\sin(ax + b) + C.$$

V našem případě $x = s$, $a = k\sin\theta$, $b = kr_0 - \omega t$.

Po integraci

$$\psi(y) = \frac{A_S}{r_0 k\sin\theta}\sin\left[(k\sin\theta)s - \left(kr_0 - \omega t\right)\right]\Bigg|_{s=-a/2}^{s=a/2} =$$

$$= \frac{A_S}{r_0 k\sin\theta}\left\{\sin\left[ka\sin\frac{\theta}{2} - (kr_0 - \omega t\right] + \sin\left[ka\sin\frac{\theta}{2} + (kr_0 - \omega t\right]\right\} =$$

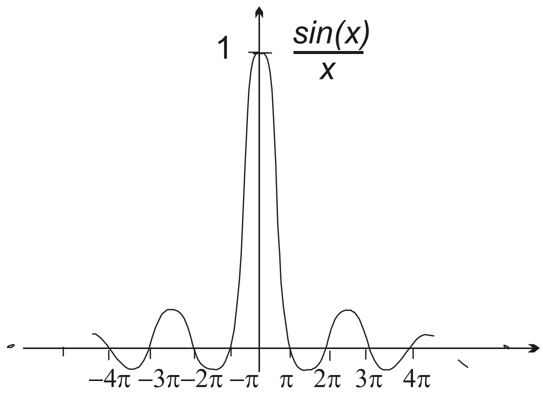
$$= \frac{\sin(ka\sin\theta/2)}{ka\sin\theta/2}\frac{A_S a}{r_0}\sin(kr_0 - \omega t)$$

Za předpokladu, že $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$ použijeme goniometrický vztah

$$\sin(\theta_1+\theta_2)+\sin(\theta_1-\theta_2)=2\sin(\theta_1)\cos(\theta_2)\,.$$

Před výpočtem intenzity je cenné podívat se na průběh zajímavé funkce, která se hodí k analýze ohybu na štěrbině.

Jedná se o první člen ve vztahu pro $\psi(y)$: $\dfrac{\sin(x)}{x}$. Její průběh je následující



Časová střední hodnota intenzity

$$\langle I\rangle=\langle\psi^2(y)\rangle=\frac{\sin^2\left(ka\sin\frac{\theta}{2}\right)}{ka\sin\frac{\theta}{2}}\frac{A^2{}_s a^2}{r_0^2}\langle\sin^2(kr_0-\omega t)\rangle.$$

Položíme-li časovou střední hodnotu funkce $\sin^2 = 1/2$ a $ka\sin\dfrac{\theta}{2}=\pi a\sin\dfrac{\theta}{\lambda}$

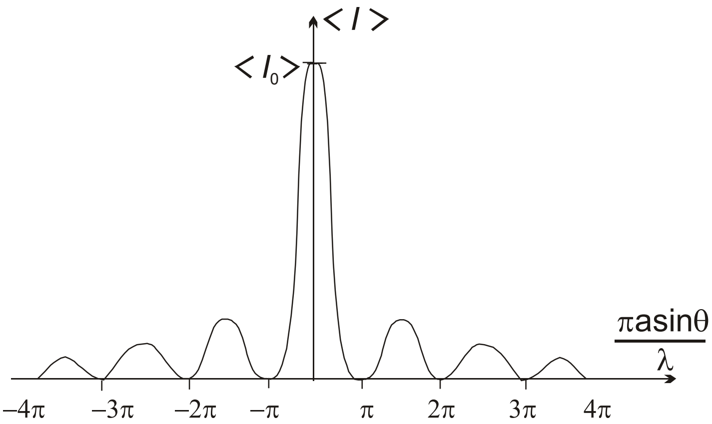
a můžeme definovat

$$\langle I_0\rangle\equiv\frac{A_S^2a^2}{2r_0^2},$$

kde $\langle I_0\rangle$ je intenzita rovinné vlny dopadající na otvor, když intenzita je právě

$$\langle I\rangle=\langle I_0\rangle\frac{\sin^2\left(\pi a\sin\frac{\theta}{\lambda}\right)}{\left(\pi a\sin\frac{\theta}{\lambda}\right)^2}.$$

Časová střední hodnota intenzity má hlavní maximum právě ve středu obklopené lichými a sudými nižšími maximy.



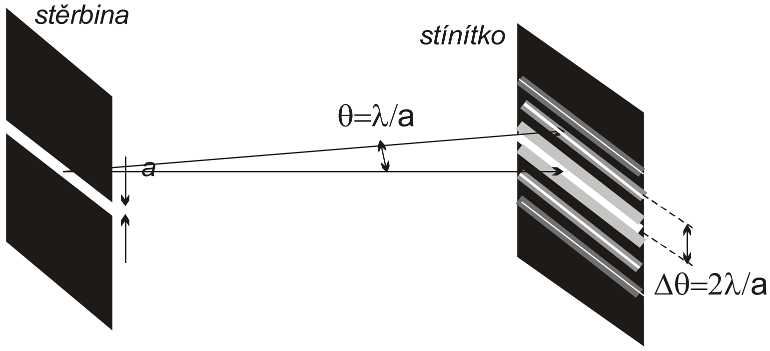
Pro malé úhly θ (stínítko je velmi vzdáleno a proužky pozorujeme blízko optické osy) můžeme položit $\sin\theta \cong \theta$. Potom první minimum od nultého maxima má hodnotu

$$\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} \cong \frac{\pi a \theta}{\lambda} = \pi \text{ , nebo}$$

Úhel prvního vedlejšího minima

$$\theta = \frac{\lambda}{a}.$$

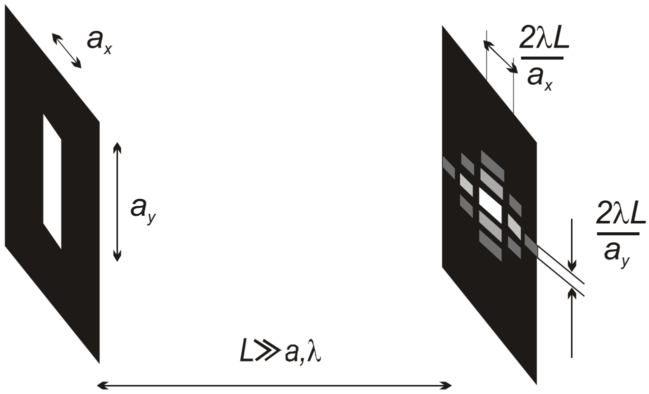
Záznam na stínítku v případě difrakce světla na štěrbině vypadá



4. 2D Difrakce na obdélníkovém a kruhovém otvoru

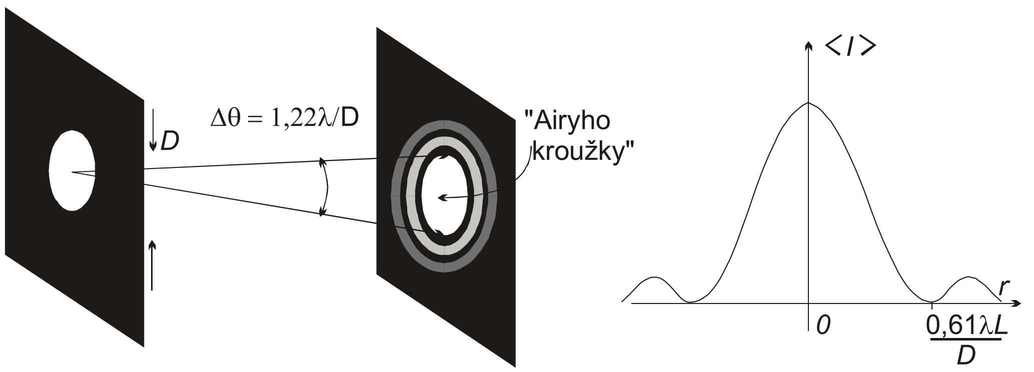
- **obdélníkový otvor**

Difrakce na obdélníkovém otvoru je jistou analogií 1D ohybu na štěrbině (rozšíření ve dvou kolmých směrech), jak je vidět na obrázku.

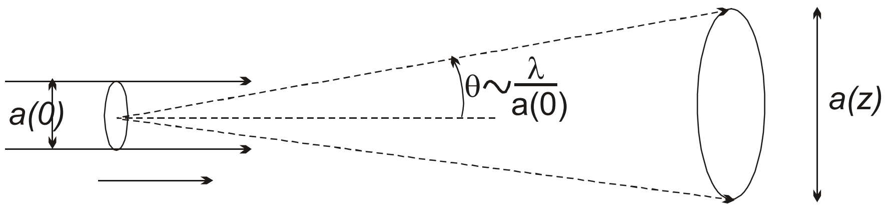


Výpočet intenzity světla v difrakčním obraze kruhového otvoru je komplikovanější, je třeba počítat tzv. Besselovy funkce. Přesto výsledek vypadá jednoduše

- **kruhový otvor**



5. Rozšíření laserového svazku



Přestože se laserový svazek zdá být velmi úzký, po průchodu kruhovou aperturou dochází k jeho rozšíření.
Jak můžeme očekávat, úhel rozšíření bude

$$\theta \approx \frac{\lambda}{a(0)} \text{ , takže } \qquad a(z) \approx \frac{\lambda z}{a(0)}.$$

Protože průměr laserového svazku je většinou mnohem větší než vlnová délka $a(0) \rangle\rangle \lambda$, potom úhel rozšíření svazku θ je velmi malý.

Příklad:
He–Ne laser λ = 633 nm, průměr svazku $a(0) \cong 0{,}5 - 1{,}0$ mm (tedy cca 0,633 mm). Potom vychází

$$\theta \cong \frac{633.10^{-9}\,m}{0633.10^{-3}\,m} = 10^{-3}\,radiánů.$$

6. Difrakcí omezený obraz bodu v ohnisku čočky

V geometrické optice uvažujeme ideální bod bez aberací, v případě, kdy je rovnoběžný paprsek fokusován do ohniskové roviny čočky.

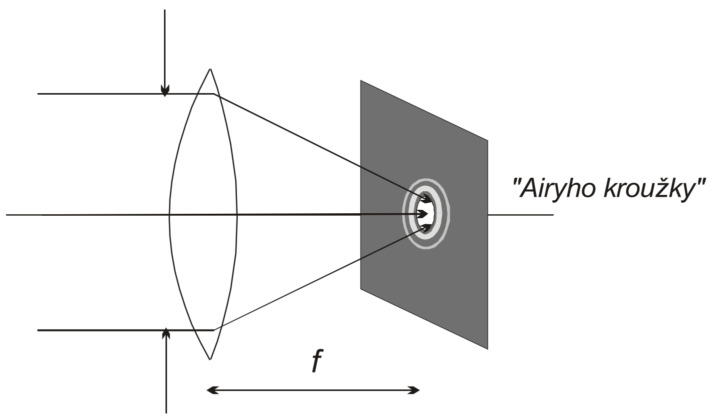
Ve skutečnosti to není pravda, protože konečný průměr čočky působí na dopadající světlo jako otvor (apertura). Světelné paprsky se tedy ohýbají a vytváří neostrou (rozmazanou) plošku.

Protože tento případ je ekvivalentní difrakci světla na kruhovém otvoru, světlo vytváří v ohniskové rovině tzv. Airyho kroužky.

Velikost Airyho kroužků je vyjádřena ohniskovou vzdáleností *f* a průměrem čočky *D*

$$y = 1{,}22\frac{\lambda f}{D}.$$

Tento vztah představuje ***difrakční omezení minimálního rozlišení*** zobrazovací soustavy (např. objektivu SM). Uvádí se, že v nejlepším případě je to právě *λ/2*.



Polarizace světla

Jevy ***interference a ohybu světla potvrzují vlnovou povahu světla***, ale nelze rozhodnout, zda jsou světelné vlny příčné nebo podélné.

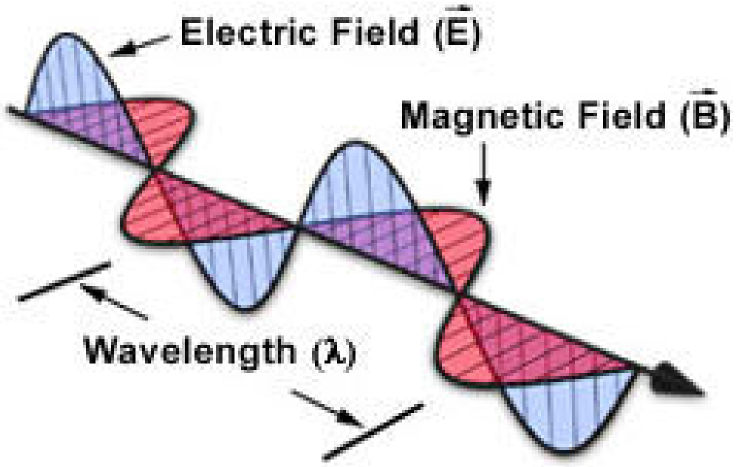
Světlo vysílané standardními zdroji – fáze a směr kmitů se mění zcela nepravidelně (chování přirozeného světla je ve všech rovinách proložených směrem šíření rovnocenné).

Povaha světelného vlnění se zřetelněji projeví ***odrazem, lomem, selektivní absorpcí a rozptylem světla (projeví se charakter příčného vlnění).***

⇒ ***polarizované světlo*** – koncový bod vektoru světelné vlny opisuje neproměnnou křivku = (elipticky, kruhově (cirkulárně), přímkově (lineárně)).

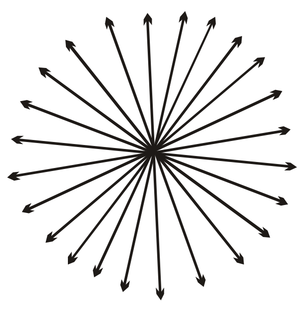
1. Vznik a vlastnosti polarizovaného světla

Světlo – elektromagnetické vlnění $\vec{E} \perp \vec{H}$



Kmitosměr světla – směr vektoru elektrické intenzity $\vec{E}$

Kmitosměry obyčejného světla



Lineárně polarizované světlo

Elipticky polarizované světlo určitým směrem se šíří dva lineárně polarizované paprsky, jejichž kmitosměry leží ve dvou vzájemně kolmých rovinách *y* a *z*

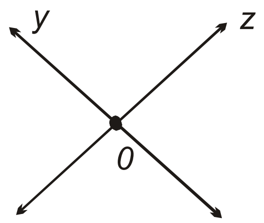
$$y = A_1 \sin \omega t$$
$$z = A_2 \sin(\omega t - \varphi).$$

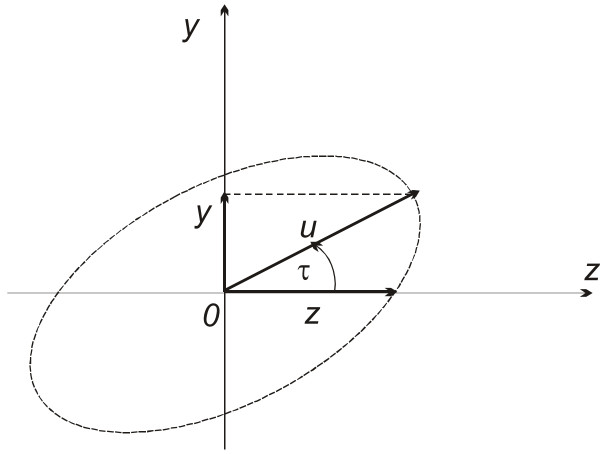
Okamžitá výchylka u výsledného vlnění

$$u = \sqrt{y^2 + z^2}\ .$$

Azimut výsledného vlnění

$$\tan \tau = \frac{y}{z}\ .$$





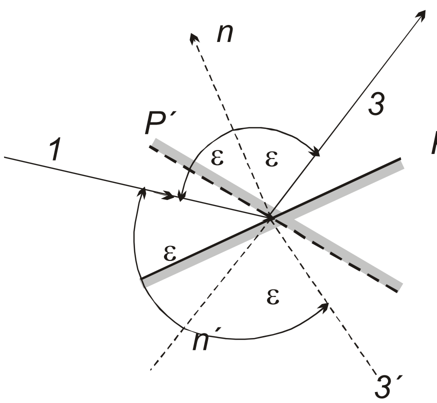
Závěr: ***existuje souvislost lineárně, elipticky a kruhově polarizovaného světla.***

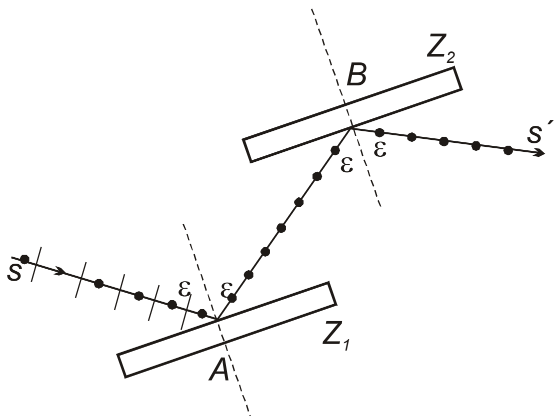
- Složením dvou lineárně polarizovaných světel s kmitosměry vzájemně kolmými lze získat světlo ***elipticky polarizované***, když jejich fázový rozdíl φ je stálý (libovolný).

- V případě, že je fázový rozdíl $\varphi = k\pi$, kde $k = 0, 1, 2\ldots$, je výsledné světlo opět ***lineárně polarizované***.
- Jsou-li amplitudy obou složek stejné a fázový rozdíl $\varphi = (2k-1)\frac{\pi}{2}$ pro $k = 1, 2, 3,\ldots$ je výsledné světlo ***kruhově polarizované***.

2. Polarizace světla odrazem

Důkaz, že přirozené světlo má ve všech směrech vzhledem ke směru šíření úplnou symetrii:





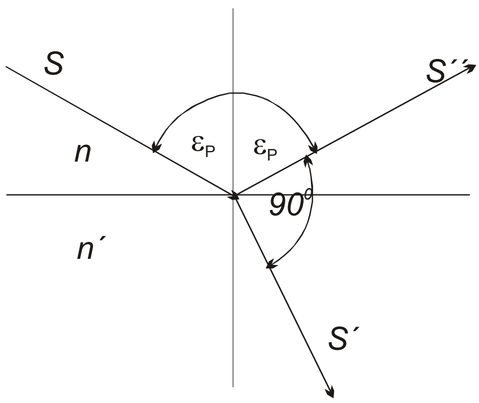
Důkaz odlišného kmitosměru po odraze na zrcadlech:

- Intenzita světla odraženého od zrcadla $Z2$ se při jeho otáčení mění $\Rightarrow$ světlo je polarizováno (částečně)
- Má-li nastat ***úplná polarizace světla*** musí mít úhel dopadu určitou hodnotu, která plyne z Brewsterova zákona

$$\tan \varepsilon_p = \frac{n'}{n}.$$

Při odrazu pod úhlem $\varepsilon = \varepsilon_p$ se odrážejí jen kmity uspořádané v jediné rovině, proložené odraženým paprskem. Úhel ε_p – ***polarizační úhel***.

Světlo získané takovýmto odrazem je lineárně polarizované (kmity se dějí v rovině kolmé k rovině dopadu.



Tabulka – indexy lomu a odpovídající polarizační úhly pro některé látky (pro žluté světlo).

Látka	n	ε_P
voda	1,33	$53^0\,7'$
korunové sklo	1,5076	$56^0\,28'$
těžké sklo flintové	1,7473	$60^0\,33'$
křemenné sklo	1,4589	$55^0\,35'$

Zrcadlo $Z1$ – ***polarizátor,***
$Z2$ – ***analyzátor.***

Vysvětlení změny intenzity odraženého světla při otáčení analyzátoru:
Svírají-li P a A úhel 90^o nebo 270^o – ***zkřížený P*** a ***A***,
Svírají-li úhel 0^o nebo 180^o – ***rovnoběžné P*** a ***A***.

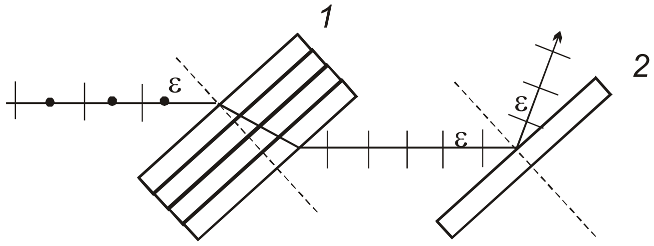
Malusův zákon

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

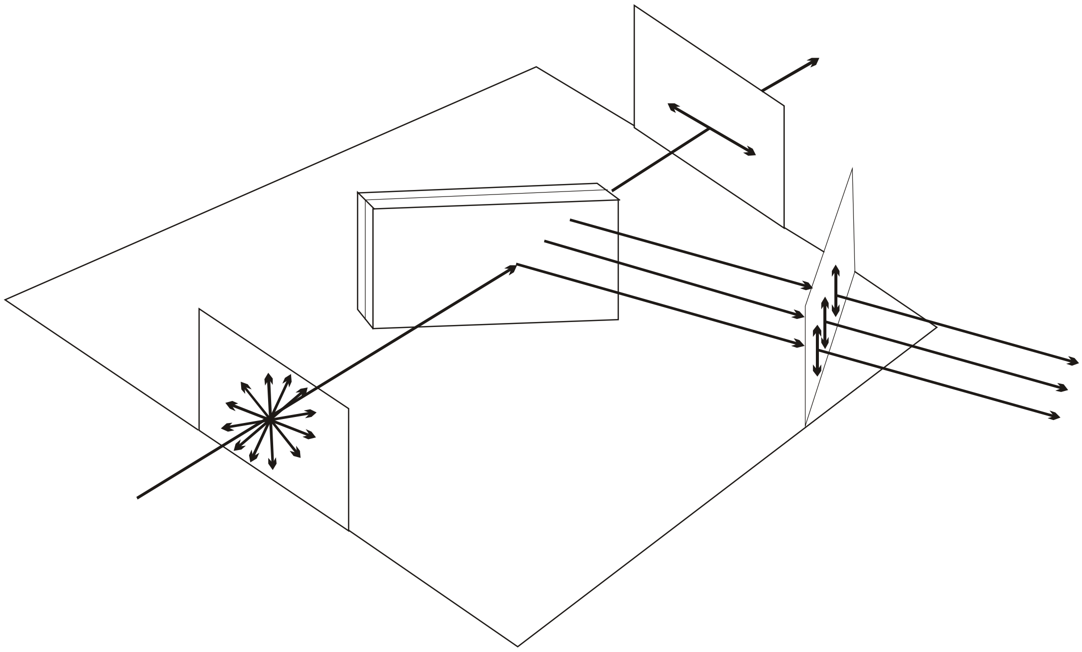
kde I je intenzita, svírají-li ***P*** a ***A*** úhel φ,
I_0 je intenzita při $\varphi = 0$.

Pro $\varphi = 90^0$ je $I = 0$ (zkřížený P a A)
Při otočení P a A o 360^0 projde intenzita dvěma maximy a dvěma minimy (polarizované světlo se odráží jen tehdy, když se jeho kmity dějí v rovině kolmé k rovině dopadu).

3. **Polarizace lomem**



Lomem vzniká polarizované světlo, přičemž kmitosměr splývá s rovinou dopadu, kdežto světlo polarizované odrazem kmitá v rovině kolmé k rovině dopadu (viz. obr.).



4. **Dvojlom světla**

1669 – Bartholinus na krystalu islandského vápence dokázal dvojitý obraz

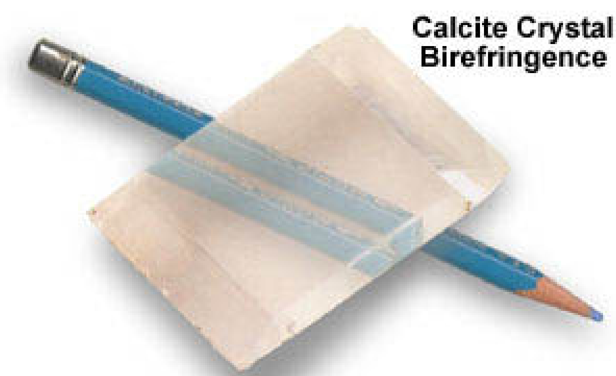
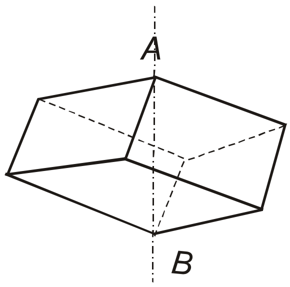


Figure 2

Pro chemiky:

Islandský vápenec krystalizuje v soustavě šesterečné a při "vyštípání" klence, tvoří dva protilehlé rohy směr optické osy krystalu.

Každá rovina proložená krystalografickou osou je ***hlavní řez*** (rovněž každá rovina s ní rovnoběžná).



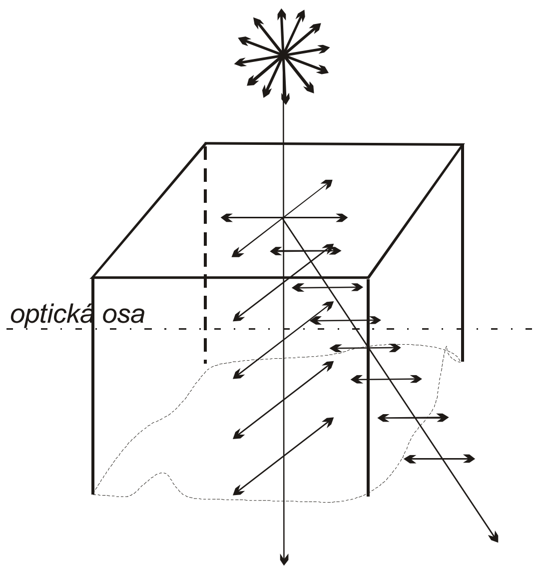
- **Izotropní optické prostředí** – světlo se šíří všemi směry stejnou rychlostí (sklo, kapaliny, krystaly krychlové soustavy).
- **Anizotropní optické prostředí** – rychlost šíření je závislá na směru a světelný paprsek se štěpí na dva paprsky, šířící se krystalem různou rychlostí (ostatní krystalické látky).
    - **jednoosé krystaly** – u krystalů existuje jeden směr v němž nastává štěpení,
    - **dvojosé krystaly** – existence dvou směrů v nichž nastává štěpení.

V optice se používají výhradně jednoosé krystaly (křemen a vápenec).

Nechť dopadá na rovinnou stěnu krystalu, rovnoběžnou s optickou osou paprsek přirozeného světla (obr.). Po dopadu se štěpí paprsek na dva paprsky:

- **řádný (ordinarius)**
- **mimořádný (extraordinarius)**

oba se šíří krystalem různými směry a různou rychlostí (odpovídají jim tedy různé indexy lomu).



Hodnoty indexů lomu n_o a n_e některých krystalů jsou v tabulce:

Látka	n_o	n_e
vápenec	1,6583	1,4864
křemen	1,5442	1,5533
turmalín	1,64	1,62
led	1,306	1,307

5. Polarizace světla dvojlomem

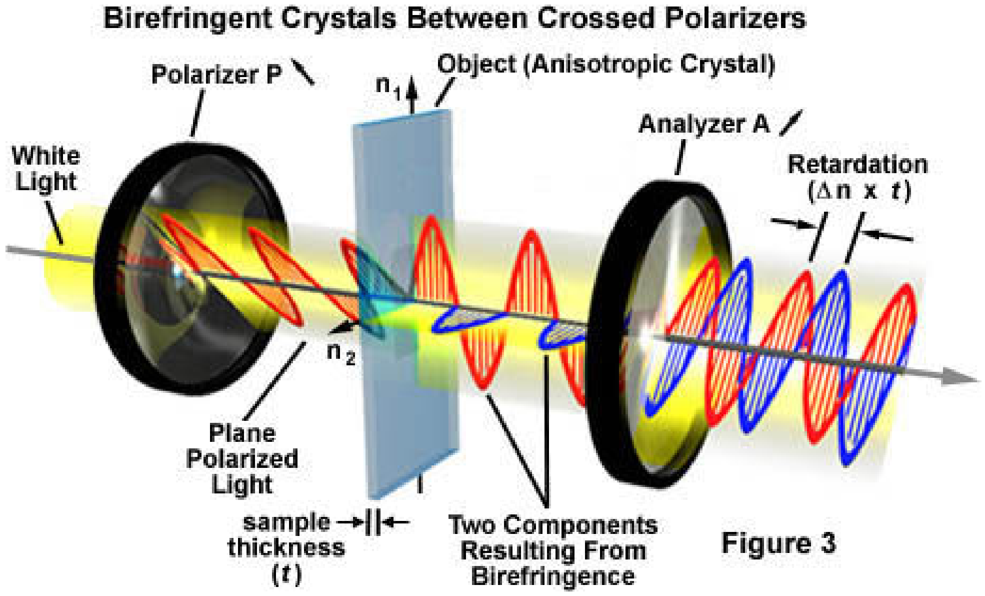


Figure 3

Světelné svazky vzniklé dvojlomem jsou lineárně polarizované (řádný paprsek s kmitosměrem kolmým k hlavnímu řezu, mimořádný s kmitosměrem v rovině hlavního řezu).

Závěr. Rovinná světelná vlna může nezměněna postupovat krystalem tehdy, je-li kmitosměr buď kolmý nebo rovnoběžný s hlavním řezem. Vlna přirozeného světla se rozštěpí na dvě vlny s kmitosměrem ve vzájemně kolmých rovinách, tedy dva lineárně polarizované svazky (řádný s kmitosměrem kolmým k hlavnímu řezu, mimořádný s kmitosměrem v rovině hlavního řezu).

- **Rozdělení intenzity světla polarizovaného světla**

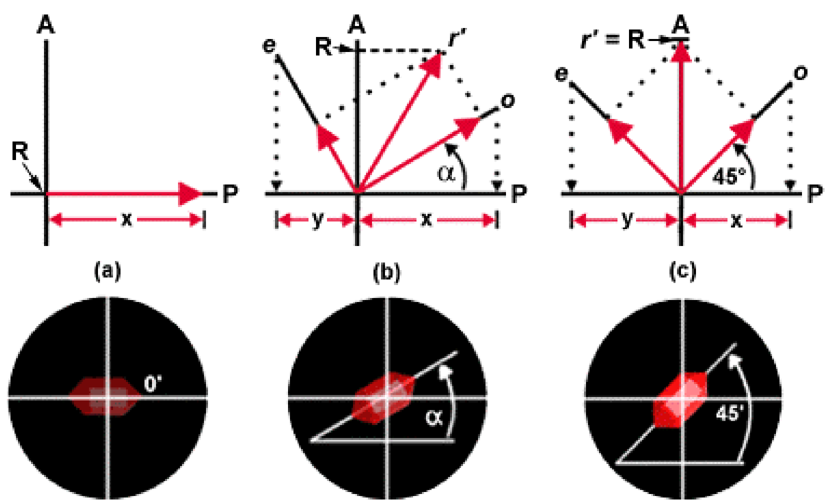


Figure 4

6. Polarizace absorpcí

Některé krystaly se vyznačují tím, že pohlcují jeden ze dvou paprsků vzniklých dvojlomem.
Turmalín (přírodní krystal) – destička o tloušťce 2 mm zcela ***pohltí řádný paprsek*** a ***mimořádný je částečně pohlcen.***
Dichroismus – absorpce je selektivní a propuštěné světlo je zabarveno (polarizační filtry).
Uměle vyrobená látka – ***herapathit*** vhodná pro výrobu polarizačních filtrů.

7. **Polarizace rozptylem**

Polarizační jevy vyvolané rozptylem = odrazem a ohybem světla.
Příklad: průchod světla zakaleným prostředím (zředěným mlékem, tabákovým kouřem) – dochází k ohybu na malých částečkách a dráha světla je viditelná – ***Tyndallův jev***.

Rayleigh dokázal, že intenzita I rozptýleného světla je nepřímoúměrná λ^4 (při malých rozměrech částic)

$$I = \frac{c}{\lambda^4}$$

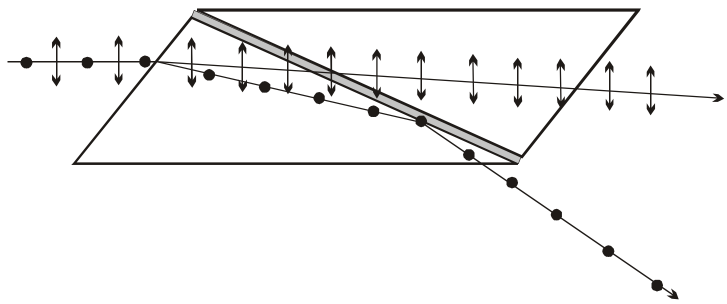
Poznámka: Při dopadu bílého světla obsahuje rozptýlené světlo více složku modrou, kdežto procházející červenou.

Stupeň polarizace rozptylem souvisí s velikostí rozptylujících částeček (s rostoucí velikostí stupeň polarizace klesá).

8. Polarizační zařízení

Slouží k získání lineárně polarizovaného světla (***polarizátor***) a k analýze polarizovaného světla (***analyzátor***).

- ***Polarizátory jednopaprskové*** – např. Nikolův hranol.



NICOL – upravil krystal vápence (klencová krystalografická soustava) tak, že zbrousil koncové stěny klence z úhlu 71^0 na 68^0 a rozříznul jej na dvě stejné poloviny řezem vedeným kolmo k hlavnímu řezu podle kratší úhlopříčky (slepeny kanadským balzámem).
Řádný paprsek se totálně odráží na rozhraní vápen-balzám
Mimořádný paprsek projde (nemůže nastat totální odraz) .

- ***Polarizátory dvoupaprskové*** – např. Wolastonův hranol

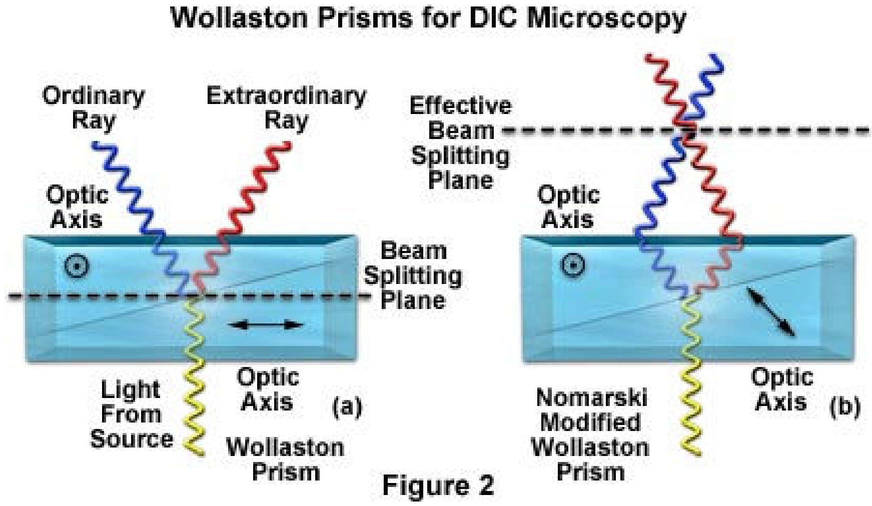


Figure 2

Popis konstrukce:

Wolastonův hranol se skládá ze dvou pravoúhlých hranolů z islandského vápence. Hranoly jsou slepeny podél přepon. V prvním hranolu je optická osa rovnoběžná s odvěsnou, ve druhém je kolmá na nákresnu.

Chod paprsků:

Po dopadu paprsku bílého světla dopadající kolmo na odvěsnu vzniká v hranolu řádný a mimořádný paprsek, které jdou stejným směrem kolmo k optické ose v obou hranolech (poněvadž jsou osy obou hranolů kolmé, změní se paprsek řádný ve druhém hranolu na mimořádný a naopak.

FOTOMETRIE

Fotometrie je část optiky, která popisuje světelné zdroje a osvětlení ploch z hlediska vnímání lidským okem. V dalším popisu se omezíme jen na bodové zdroje světla.

Z celkové zářivé energie vysílané bodovým zdrojem se pro vnímání okem uplatňuje pouze **světelná energie** E_S.

Světelný tok – Φ
je určen světelnou energií ΔE_S, která projde danou plochou v okolí zdroje za dobu Δt

$$\Phi = \frac{\Delta E_S}{\Delta t} \text{ [lm].}$$

Svítivost zdroje – I v daném směru je daná podílem části světelného toku Φ, který vychází ze zdroje do prostorového úhlu o velikosti $\Delta\Omega$

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} \quad \text{[cd].}$$

Svítivost zdroje 1 cd odpovídá přibližně svítivosti plamene svíčky, od které byl odvozen název jednotky kandela (candle - svíčka).

Osvětlení – E
je podíl části světelného toku dopadajícího kolmo na plochu S

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} \quad \text{[lx].}$$

Osvětlení E uvažované plochy závisí na svítivosti zdroje I, na její vzdálenosti r od světelného zdroje a na úhlu α, pod kterým dopadá světlo na tuto plochu

$$E = \frac{I \cos\alpha}{r^2} \quad \text{[lx].}$$

Zdravé lidské oko je schopno registrovat předměty, jejichž osvětlení je alespoň 2 nlx. Na toto osvětlení však reagují pouze **tyčinky oční sítnice**. **Čípky**, které umožňují barevné vidění, reagují až na větší osvětlení.

LASER

(Laser – Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)

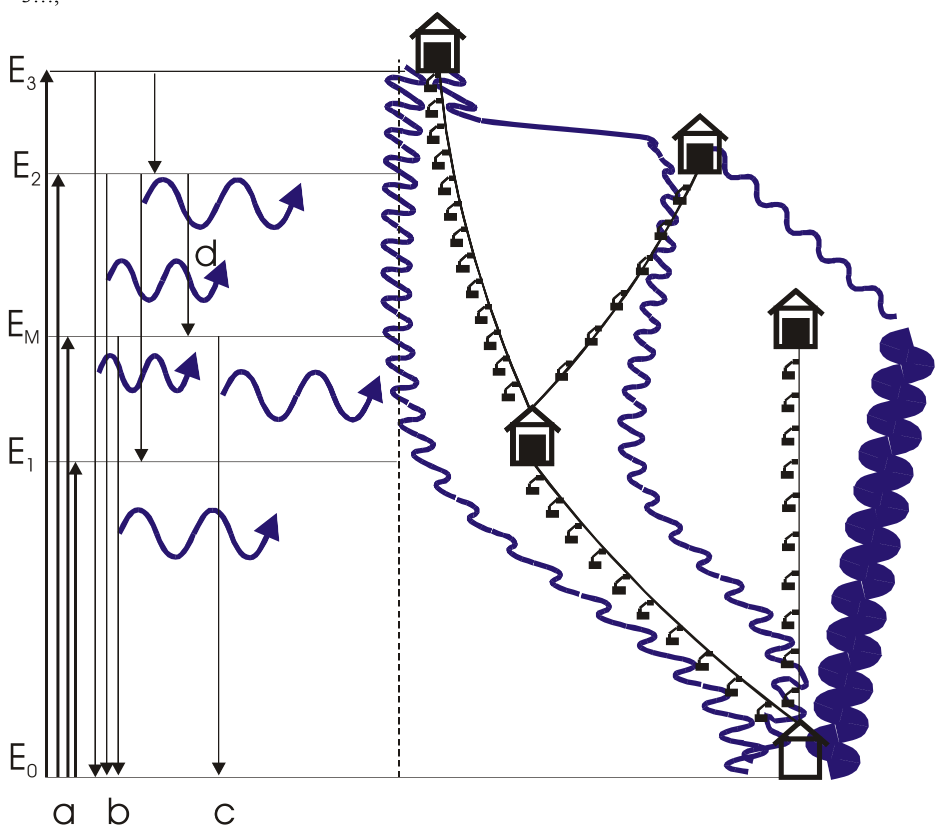
zdroj monochromatického, koherentního záření v IR, VIS nebo UV oblasti světla,

- 1954 N.G. Basov, A.M. Prochorov C.H.Townes (Nobelova cena roku 1964).
- 1961 He–Ne laser – (u nás 1963).
- V dnešní době existuje více jako 5000 různých typů laserů, se širokým využitím v mnoha oborech lidské činnosti.

Princip činnosti laseru.

Hmotné prostředí (pevná látka, kapalina, plyn) může záření buď pohlcovat (absorbovat), anebo vysílat (emitovat). Zatímco *absorpce záření* je jednoznačná, *emise* může být samovolná (spontánní), nebo vynucená (indukovaná, stimulovaná). Činnost laserů je založena na existenci *vynucené (stimulované) emise*. Pro pochopení mechanizmu vynucené emise musíme popsat chování atomů a molekul, které jsou vystaveny působení elektromagnetického záření.

Zapojte tedy fantazii a představte si místo atomů nebo molekul lyžaře ve větším horském lyžařském středisku. V horském středisku zimních sportů dopravuje sedačkový výtah lyžaře z údolí přes několik mezistanic na vrchol. Výchozí stanici si můžeme označit E_0, mezistanice E_1, E_2, $E_{3...}$, viz obr. 1



Obr. 1 Srovnání energetických hladin atomů vyzařujících energii se stanicemi sedačkové lanovky.

a–vybuzení atomů dodáním energie
b–spontánní emise fotonů
c–zpožděná spontánní emise
d–nezářivá ztráta energie

Lyžaři mohou z výtahu vystoupit jen v příslušných mezistanicích a podle zdatnosti vystupují ve vyšší nebo nižší mezistanici. Mezistanice nejsou stejně obsazeny a lyžaři se na nich zdržují nestejně dlouho, zpravidla velmi krátce a sjíždějí do údolí přímo nebo s "mezipřistáním" na některé z níže položených stanic. Sedačkovým výtahem a cestováním lyžařů můžeme přiblížit procesy odehrávající se v souboru atomů či molekul. Stanice představují energetické hladiny, na které se mohou atomy či molekuly dostat. Směr nahoru znázorňuje tzv. *excitaci* (vybuzení), způsobenou dodáním energie z vnějšku. Sjezd lyžařů v tomto modelu představuje uvolňování energie např. v podobě záření. Důležité přitom je, že se veškerý pohyb odehrává jen mezi určitými stanicemi–úrovněmi. Ve fyzice se tomu říká kvantování energie. Jsou-li vyzařována kvanta elektromagnetického záření, čili *fotony*, nazývá se tento proces spontánní emise. Pro nás je ale důležitý proces stimulovaného, tedy vynuceného záření. Vraťme se tedy k horskému terénu a zařaďme do systému stanic jednu s označením E_M, z níž je sjezd do údolí krajně obtížný. Lyžaři, kteří se na tuto stanici dostanou z některé z horních stanic, před sjezdem poněkud váhají. Nahromadí se na této stanici a v tom se objeví odvážný lyžař, který svým příkladem strhne všechny ostatní lyžaře ke společnému sjezdu do údolí do stanice E_0. Lyžaři do nejmenších podrobností sledují stopu zdatného předjezdce a jedou s ním stejnou rychlostí. Obdobný proces ve světě atomů a molekul je spojen s výdejem energie. Má-li podobu záření, jedná se o stimulovanou (vynucenou) emisi. Právě toto vyzařování se vyznačuje koherencí a monochromatičností.

Jaké podmínky musí mít aktivní prostředí laseru?

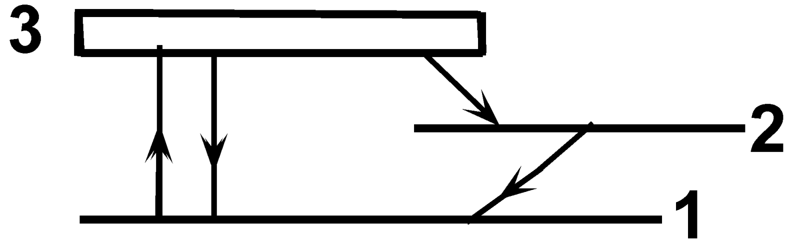
Vraťme se opět k našemu příkladu. Kdyby lyžaři sjížděli ze stanic, na něž vystoupili, rychleji, než je stačí výtah vyvézt nahoru, na žádné zastávce by se nemohla vytvořit inverze populace (vůči E_0), protože by se tyto stanice vyprazdňovaly rychleji, než plnily. Existuje však stanice E_M, odkud je sjezd obtížný. Lyžaři, kteří se na tuto úroveň dostanou s odjezdem váhají. Jejich počet se proto zvětšuje více než na ostatních úrovních. Tím je možné docílit inverze populace ve vztahu k výchozí stanici, kam se později při skupinovém sjezdu dostanou. Důležité na tomto přirovnání je, že **v aktivním prostředí laseru** se musí vždy nacházet **nejméně tři hladiny**: výchozí (E_0), tzv. čerpací (E_2, E_3), na níž lyžaři vystoupili a tzv. metastabilní (E_M), na níž lyžaři setrvávají déle než na ostatních. Jen za těchto okolností může dojít k inverzi populace, nikdy ne na dvouhladinovém systému. V aktivním prostředí laseru však hladin může být mnohem více než tři.

Pro činnost laseru, který využívá stimulovaná emise je rozhodující, aby co nejvíce atomů (molekul) v aktivním prostředí laseru bylo ve *vybuzeném stavu.* Za určitých podmínek (viz. odvážný lyžař) dojde ke stimulaci excitovaných (vybuzených) částic a vyzáření fotonů (částic světla) určité vlnové délky. Aktivním prostředím, ve kterém dochází k inverzi populace hladin a stimulované emisi, mohou být pevné látky, kapaliny anebo plyny. Inverzní populace hladin lze dosáhnout dodáním energie (např. intenzivními světelnými záblesky nebo elektrickým výbojem) pomocí tzv. *budícího (čerpacího) zařízení.* Aktivní látka je umístěna v *optickém rezonátoru* tvořeném dvěma protilehlými, vysoce odraznými zrcadly, viz. obr. 3 schéma laseru. Rezonátor zajišťuje součinnost jednotlivých atomů v procesu stimulované emise. Emitované fotony se mohou pohybovat v libovolném směru, ale jen ty, které se pohybují rovnoběžně s osou optického rezonátoru mezi zrcadly, se od nich mnohonásobně odrážejí a vystupují polopropustným zrcadlem jako svazek laserového záření.

Přechod z excitovaného stavu příslušné látky s vyšší energetickou hladinou E_2 na nižší hladinu E_1 je provázen emisí kvanta záření o frekvenci f_{12}:

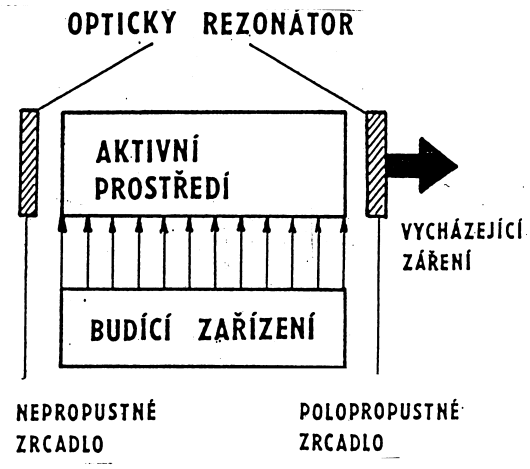
$$f_{1,2} = (E_2 – E_1).h^{-1}\ ,\quad h = 6{,}626.10^{-34}\ \text{J.s}\ \ \text{(Planckova konstanta)}$$

- Narušení rovnováhy: *inverzní stav* (inverze populace hladin): $N_2 > N_1$
- Tohoto stavu může být dosaženo v plynných, kapalných a pevných aktivních prostředích (krystaly, polovodiče) působením různých druhů energie
- Emise záření.



Obr. 2 Princip tříhladinového laseru

Aktivní prostředí v optickém rezonátoru je srdcem laseru.



Obr. 3 Schéma laseru

Základní přednosti laserů, oproti klasickým zdrojům záření

1) Monochromatické záření (vysoká spektrální a prostorová hustota).
2) Vysoká koherence.
3) Nízká divergence laserového svazku.

Rozdělení laserů podle:

- ***vlnových délek*** vyzařovaného světla,
- ***časového režimu*** provozu (pulzní, kontinuální),
- ***typu buzení*** (lasery buzené opticky, elektrickým výbojem, elektronovým svazkem, chemicky, rekombinací iontů, tepelnými změnami a injekcí nosičů náboje),
- ***délky generovaného impulsu*** (lasery s dlouhými, krátkými a velmi krátkými pulsy – čím je kratší doba trvání pulsu, tím je při stejné vyzářené energii dosaženo většího výkonu),
- ***typu aktivního prostředí*** (pevnolátkové, kapalinové, plynové, plazmové).

Lasery pevnolátkové:

- *rubínový laser:* vlnová délka 694,3 nm.
- *Neodymový lasery* - Nd:YAG - výkon až 200 W s vlnovými délkami 2940 nm a 1560 nm.

Kapalinové lasery využívají jako aktivní prostředí kapaliny se širokým emisním spektrem (barviva)

Plynové lasery jsou lasery s aktivním prostředím v plynné fázi:

- *Helium - Neonový (He-Ne) laser* – vlnová délka 632,8 nm
- *Argonový laser* (457,9 nm, 465,7 nm, 472,7 nm, 488,0 nm, 496,5 nm a 514,5 nm)
- *Vodíkové lasery* (140–165 nm a 100–120 nm).
- *CO_2 lasery* (10 600 nm a 9 600 nm)
- *Excimerový laser* (146,7 nm, 540,0 nm 126,1 nm)

Plazmatické lasery (747 nm, 537,8 nm, 567)

Polovodičové lasery - možnost dosažení velké šířky emisního spektra od 300 nm do 30 μm.

Parametry vybraných laserů

laser (pracovní látka)	**vlnová délka (v mikrometrech)**	**střední výkon**	**režim**	**poznámka**
rubín	0,6943	1 W	impulsní	červený
neodymové sklo	1,058	1 W	impulsní	infračervený
YAG:Nd	1,064	150 W	spojitý	infračervený
arsenid galitý	0,840	0,01 W	spojitý	vysoká účinnost, chlazení
AlGaAs	0,7-0,9	1 W	spojitý	vysoká účinnost, chlazení
sulfid kademnatý	0,5-0,7		impulsní	EIL
KCl:Li	2,5-2,9		spojitý	brevná centra, přeladitelný
cheláty	0,22-0,86		impulsní	
organická barviva	0,55-0,67	100 W	spojitý	přeladitelné
rhodamin	0,590			
helium-neon	0,6328; 1,15; 3,39	0,05 W	spojitý	měřící účely
helium-kadmium	0,325; 0,442	0,1 W	spojitý	"bílý"
argon	0,33; 0,48; 0,51	150 W	spojitý	modrozelený
krypton	0,46; 0,64		spojitý	
oxid uhličitý	10,6	100 W	spojitý	infračervený
-"- s průtokem plynu	10,6	10 kW	spojitý	
-"- elektroionizační	10,6	10 kW	spojitý	EIL
-"- gazodynamický	10,6	100 kW	spojitý	
-"- s příčným buzením	10,6		impulsní	TEA
oxid uhelnatý	5,0-6,6		spojitý	vysoká účinnost
kyanovodík	128,6; až 773	1 W	spojitý	submilimetrový
páry mědi	0,51; 0,58	40 W	impulsní	
dusík	0,337			ultrafialový
vodík	0,116; 0,160			ultrafialový
excimery		10 W		ultrafialové
XeF	0,350			
KrF	0,248			
ArF	0,193			
Ar_2	0,126			
jód	1,315		impulsní	fotodisociační
fluorovodík	2,6-3,5	10 kW	spojitý	chemický
fluorodeuterium	3,6-5,0	10 kW	spojitý	chemický